УДК 334.02

05.00.00 Технические науки

ЭЛЕМЕНТЫ УПРАВЛЕНИЯ ИЕРАРХИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С ЗАДАННОЙ ИЕРАРХИЕЙ

Кушнир Надежда Владимировна
старший преподаватель кафедры информационных систем и программирования
РИНЦ SPIN-код=6951-4012
kushnir.06@mail.ru
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар, Россия 350020, улица Московская, 2, Краснодар, Россия

В статье адаптирована математическая модель управления динамической иерархической системы. Предложено использовать эту модель для систем с заданной иерархией в технической задаче моделирования разрушения в зависимости от количества дефектов на разных масштабных уровнях. Решается задача о наилучшем приближении к определённой точке сохраняемости иерархической системы. Приводится пример управления достижимости за заданное время. Задача сводится к математическому программированию. Формулирование многопараметрического векторного критерия оптимизации (улучшения) с собственной формальной иерархией и осуществление многокритериальной оптимизации параметров модели. Проведенные исследования позволяют достичь ясности относительно условий, при которых данная структура сохраняется. Управлять устойчивым развитием систем с заданными уровнями иерархии для технических систем можно только в области сохраняемости

Ключевые слова: УПРАВЛЕНИЕ, ЗАДАННАЯ ИЕРАРХИЯ, СИСТЕМА, ДОСТИЖИМОСТЬ

UDC 334.02

Technical sciences

ELEMENTS OF CONTROL OVER HIERARCHIE SYSTEMS WITH ASSUMED HIERARCHY

Kushnir Nadezhda Vladimirovna
senior lecturer in the Department of information systems and programming
RSCI-SCIENCE INDEX SPIN-code=6951-4012
kushnir.06@mail.ru
*FGBOU VPO «Kuban State Technological University», Krasnodar, Russia
350020, Moscow street, 2, Krasnodar, Russia*

The article presents a mathematical model of control over dynamic hierarchy system. The model was proposed for dealing with systems with assumed order in the technical problem of predicting destructions depending onto the amount of defects on different scale levels. The problem of the closest to a certain point of shelf life of hierarchy system is solved. The example of approach control during the given time is given. The problem concerns mathematic programming. Formulation of multi-parameter vector optimization criteria (improvement) with its own hierarchy and the formal exercise of multi-criteria optimization of the model parameters. The research can achieve clarity about the conditions under which the structure is preserved. Managing sustainable development system with a given level of the hierarchy for the technical systems can only be achieved in keeping

Keywords: CONTROL, ASSUMED HIERARCHY, SISTEM, APPROACH

При рассмотрении многоуровневых иерархических систем часто приходится отказываться от требования строгого глобального оптимума управляющих воздействий и локальных решений, поскольку на практике строгий оптимум может быть не реализуем по одной из множества причин, например:

- недостаточность информации о факторах, которые влияют на результаты принятых решений или управляющих воздействий;

- ограничения во времени или ограничения возможностей, принимающих решения локальных блоков и тому подобное.

В то же время задача может быть сформулирована в виде требования получить улучшенные характеристики вместо оптимальных. Большинство работ по проблемам математического моделирования иерархических систем посвящены организационным системам. Во многих работах и обзорах [1] предложены различные классификации иерархических систем. Причем, в основном рассматриваются иерархические системы в экономике. В дальнейшем рассматривается модель иерархической системы, которая в терминах системного подхода описывается понятием сложной динамической управляемой системы с предварительно заданной иерархической структурой, и формулируется задача пошагового улучшения параметров модели этой системы. Как известно, иерархической структурой называется структура сложной системы, в которой существует разбиение множества составляющих ее элементов, на подмножества и элементы разных уровней, обладающих определенной степенью саморегулирования и связанных многоступенчатыми отношениями подчинения подсистем одних («более низких») уровней другим (более «высоким»). С учетом иерархичности каждая система или подсистема должна находиться на определенном уровне иерархии, т.е. быть элементом системы высшего порядка (распространение иерархии вверх) и в то же время состоять из подчиненных систем (распространение иерархии вниз). При объединении в систему каждое звено иерархии приобретает качественно новые свойства, которых не достает в изолированном состоянии, и в то же время теряет определенные характеристики. Следовательно, на каждом уровне иерархии происходят сложные изменения качественного характера. Система должна иметь четко очерченные границы, которые дают возможность отличать элементы, входящие в ее состав, от окружающей среды, т.е. всего того, что не входит в систему. Точное очерчивание границ системы, кроме того, дает возможность исследовать формы ее взаимодействия с окружающей средой, в частности порядок обмена, в нашем случае ресурсами, влияние системы на среду и среды на внутреннюю структуру системы. При моделировании и оптимизации модели рассматриваемой системы с учетом ее структуры и свойств используются:

- иерархия отображений множества параметров, т.е. объекты и процессы каждого уровня ***r*** характеризуются своим множеством параметров, на основе которых рассчитываются параметры следующих или предыдущих уровней иерархии;

- для каждого объекта ***k*** и каждого уровня иерархии ***r*,** а также каждого момента времени $\boldsymbol{\tau}$ рассчитываются улучшенные параметры состояния системы с учетом временных и иерархических взаимосвязей. При моделировании сложных систем расчет улучшенных параметров состояния системы [2] для следующего момента времени выполняется как оптимальный переход из состояния **А** под действием внешних и внутренних условий **I** в качестве управляющих воздействий.

Требования к внешним нагрузкам для нашей задачи формулируются с учетом следующих рассуждений. Для обеспечения надежного функционирования объекта в целом, состоящим из ***к*** объектам, каждого уровня иерархии ***r*** в каждый момент времени $\boldsymbol{\tau}$ необходимо иметь количественные $\mathbf{n_r}$ ресурсы возникновения дефектов на разных масштабах для сохраняемости объекта в целом:

– надежность отсутствия дефектов на самом низком уровне $M(n_0) \to 0$;

– переход дефектов с низкого уровня на следующий при заданной нагрузке должен быть сведен к минимуму;

– модификация поверхности изделия для продления службы (вывод из эксплуатации и установка нового изделия).

Следовательно: источником покрытия выше упомянутых ресурсов является, первоначальное создание объекта с отсутствием дефектов на нижнем уровне и дальнейший контроль количества дефектов на каждом масштабном уровне:

Оптимизация осуществляется при следующих ограничениях на соотношение внешних воздействиях и ресурсов объекта.

Классическая постановка задачи управления динамической системой (УДС) [2] допускает, что управляющие решения принимаются единственным органом на основе одного критерия оптимальности, который может быть записан в виде:

$$\mu = \sum_{\tau}^{T} g(n_{ij}(\tau), \mu_{ij}(\tau), \mathcal{E}_{ij}(\tau)) \rightarrow {}^{min}/_{max},$$

где: μ - значение критерия оптимальности,

g - функция управления системой,

n_{ij} - вектор состояния УДС на i уровне ,

u_{ij} - вектор управляющих воздействий на i уровне,

ε_{ij} - вектор случайных внешних воздействий в момент времени τ на i уровне.

Решению этой задачи в различных вариантах посвящены работы Беллмана, Понтрягина и других авторов по теории оптимального управления. Вместе с тем, при моделировании сложных иерархических систем модель УДС оказывается не достаточной. В этом случае классическая модель УДС обобщается в виде модели иерархически управляемой динамической системы (ИУДС) с уровнями иерархии и инфраструктурой, которая детализируется в соответствии со структурой своего технологического создания. При этом формулируется многопараметрический векторный критерий оптимизации (улучшения) с собственной формальной иерархией и таким образом осуществляется многокритериальная оптимизация параметров модели. Задача иерархического управления такой динамической системой формулируется следующим образом:

$$
\begin{aligned}
& n_{ij} \in A, i, j = 1,2,\dots k \Updownarrow \tau = 1,2,\dots T; \\
& u(\tau, r, k), \xi(\tau, r, k) \Rightarrow A(\tau+1); \ \ \mu = \sum_{k=1}^{R} \sum_{\tau=1}^{T} g(n_{ij}, u, \xi) \to \min/\max \\
& u(\tau, r, k) \in U(\tau, r, k) \mid \tau = 1,2,\dots T; \xi(\tau, r, k) \in \Theta(\tau, r, k) \mid \tau = 1,2,\dots.T \\
& A \Leftarrow A_0
\end{aligned}
\quad , \qquad (1)
$$

где: n_{ij} - вектор состояния,

A- множество допустимых состояний,

B- $u_{i\,j}$ - вектор управляющих воздействий на i - уровне,

C- ξ - вектор случайных внешних воздействий, μ- критерий оптимальности,

D- U - множества управляющих возможных значений,

E- Θ- множества случайных внешних воздействий для структуры технологического наполнения ***k*** уровня ***r*** ИУДС в момент времени τ,

F- A_0- известное начальное состояние ИУДС,

G- T- период сравнения состояния ИУДС.

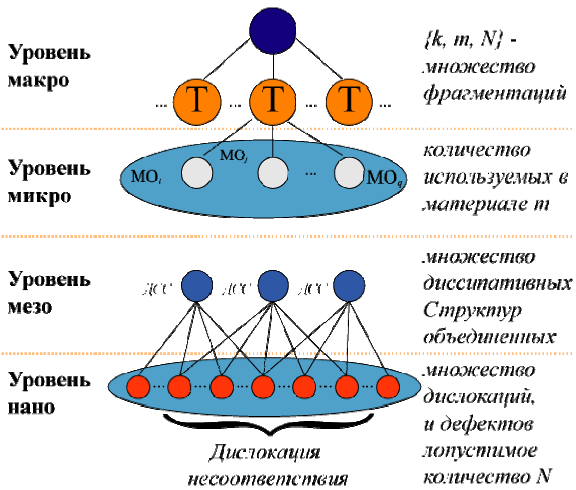

Рисунок 1- Пример иерархической системы моделирования разрушения [3]

Проведенные исследования позволяют достичь ясности относительно условий, при которых данная структура сохраняется. Знание этих условий не дает ответа на вопрос о том, как достичь требуемой структуры, поскольку говорит лишь о том, как остаться с той структурой, которую мы сейчас имеем. Задача о достижимости состоит в том, чтобы ответить на вопрос, как следует осуществлять переход от данной структуры, скажем x(0), к нужной структуре x*, где x является нормированным вектором количества дефектов на разных масштабных уровнях. Полное решение этих трудных вопросов требует привлечения аппарата математического программирования и обсуждения того, что представляет собой оптимальное решение задачи.

Теоретически можно отметить, что в области сохраняемости может находиться любая структура. Ранее [3] было показано, что при постоянной матрице Q структура будет со временем сходиться к предельной структуре, удовлетворяющей условию

$$x(\infty) = x(\infty)Q = x(\infty)\{P + w'r\}, \qquad (2)$$

где P – вектор вероятности перехода дефекта с нижнего уровня на следующий уровень,

r- вектор вероятности распределения дефектов по разным уровням,

w'=(σ-w)- вектор вероятности появления и исчезновения дефектов на разных уровнях.

Следовательно, если желательно свести структуру к виду x*, то следует делать это путем такого выбора вектора r, чтобы удовлетворить равенству

$$\begin{gathered} x^* = x^*P+x^*w'r, \text{ т. е.} \\ r = x^*(I—P)\,(x^*w')^{-1}. \end{gathered} \qquad (3)$$

Указанный вектор r определенно имеет неотрицательные элементы, если x* лежит в области сохраняемости. Разумеется, управление может быть осуществлено последовательно в том смысле, что r можно менять с каждым шагом. Следует ожидать, что такое управление даст лучшие результаты, чем фиксированная стратегия (3). Требуется найти последовательность векторов набора {r(T)}, таких, что изменение структуры от x(0) к x* происходит некоторым оптимальным образом. «Оптимальность» может пониматься в смысле «так быстро, как это возможно», «настолько дешево, насколько возможно» или «настолько плавно, насколько это возможно».

На практике техническое обслуживание не располагает неограниченным запасом времени для достижения цели, как этого требует подобная формулировка. Можно, следовательно, поставить задачу о наилучшем [4] приближении к x* за данное время. Один путь к осуществлению этой идеи заключается в переводе системы в состояние, возможно более близкое к x*, за один шаг. Следующий шаг тогда может быть сделан с сохранением той же цели и т. д., пока не будет исчерпано все время. Получение решения в таком случае определяется возможностью достижения соглашения о мере «расстояния». Хорошо изученной функцией, определяющей расстояние в достаточно общем виде, является следующая функция:

$$D = \sum W_i |x^*_i — x_i|^{\alpha}, \alpha > 0, W_i > 0 \text{ для всех } i. \quad (4)$$

Суммирование здесь и в других знаках суммы происходит по i=1,2,..k, где k-количество уровней. Выбор коэффициентов W_i позволяет придать некоторым уровням больший вес по сравнению с другими, а показатель α определяет степень важности, придаваемой большим отклонениям в каждом из уровней. Теперь задача состоит в том, чтобы найти вектор r, который переводит систему из x(0) в точку x(1), такую, что расстояние от x(1) до x*, измеренное согласно определению (4), минимально.

Это — задача математического программирования, и, как оказывается, она имеет понятное решение.

Рассмотрим на примере решение этой задачи. Для иллюстрации решения сделаем довольно простое допущение, которое, часто соответствует действительности. Допустим, что P и w вообще не могут быть изменены они зависят от природы созданного объекта. Все управление, следовательно, должно быть реализовано через векторы σ и r, которые, как мы предполагаем, могут изменяться по нашему желанию при условии

$$\mathbf{r}>0 \text{ и } \sum r_i = 1,\ \sigma_i < n_i/n_{kr}, \quad (5)$$

где n_{kr} – критическое количество трещин для данного уровня.

(Неравенство, связывающее два вектора, должно пониматься как действующее в каждой паре элементов.) В этом случае поставленная задача может быть решена отысканием такого вектора r, который удовлетворяет условиям (3-5).

Где I — единичная матрица; отметим, что n(σ-w') — скаляр. Можно убедиться в том, что элементы вектора r, получаемого из (3), в сумме дают единицу. Вместе с тем эти элементы будут все неотрицательны, если

$$\mathbf{n} > \mathbf{n}P, \quad (6)$$

Нужно проверить, обладает ли определенная структура способностью сохраняться при управлении появлением новых дефектов.

Такого рода арифметическая проверка годится для достижения непосредственной цели, но она непригодна для того, чтобы прийти к пониманию вопроса о типе структур, которые могут сохраняться. Поэтому мы продолжим поиск характеристик множества структур, которые удовлетворяют условию (6).

Поскольку размеры всей системы фиксированы, будем работать в терминах пропорций каждого из уровней и определим их с помощью

$x=nN^{-1}$. Таким образом, будем интересоваться множеством таких x, которые удовлетворяют условию

$$\mathbf{x} > \mathbf{xP}, \quad (7)$$

При k=3 можно сделать задачу геометрически наглядной. Вектор x может [4] такая точка должна лежать на плоскости x1+ x2+x3=1 и находиться в положительном октанте. Тогда множество всех возможных структур может быть представлено [3] множеством всех точек равностороннего треугольника с вершинами (1, 0, 0), (0, 1, 0) и (0, 0, 1), показанного на рис. 2.

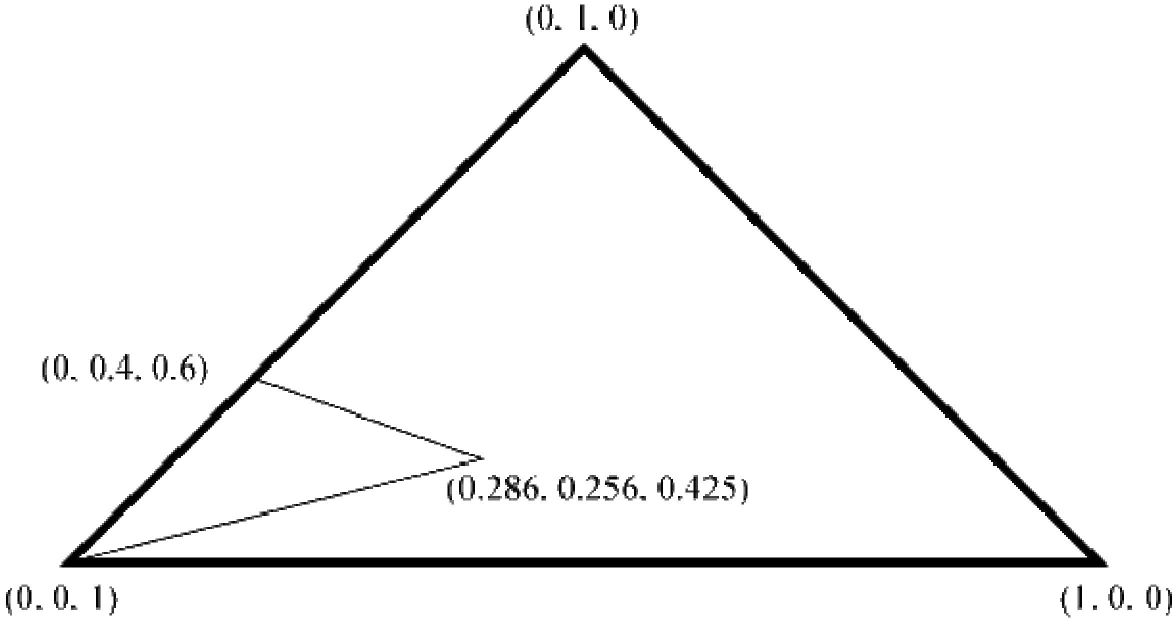

Рисунок 2- Область, содержащая сохраняемые структуры

На рис. 2 показаны вершины области содержащей сохраняющиеся структуры для матрицы

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}4 & 0 \\ 0 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0 & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix}$$

Вершина (0.286, 0.286, 0.425) соответствует структуре, для которой высший класс по объему в двое превышает нижние классы, что представляет структуру с большей вероятностью деградации. Наша задача заключается в нахождении набора векторов {**r(T)**}, с помощью которых мы можем за минимальное время перейти к вершине, например - (0.426, 0.328, 0.244).

Найдем промежуточную x(1) точку, которая лежит на одной прямой с заданной точкой от точки x(0) и соответствует координатам структуры на рис.2.

Ее координаты будут такими x(1)=(0, 0, 1), (0, 0.2, 0.8) и (0.386, 0.316, 0.296), для нее найдем вектор r по формуле (3). Получим r=(0.32, 0.38, 0.3). Для упрощения расчетов мы примем в формуле (4) значения α=2, а W_i ={3, 2, 1} и решим задачу нелинейного программирования с помощью программы Excel «Поиск решения». В результате подстановок и ввода ограничений имеем такую исходную точку:

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0{,}858 & 0{,}6 & 0{,}428 \\ 0 & 0{,}8 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

В результате «Поиска решения» получаем конечную точку из области сохраняемости с такими значениями:

$$x(k) = \begin{pmatrix} 0{,}572 & 0{,}3 & 0{,}142 \\ 0 & 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вектор **r** будет иметь такие координаты.

$$r = \begin{pmatrix} 0{,}546323 \\ 0{,}2149 \\ 0{,}238777 \end{pmatrix}$$

Набор векторов {r(T)}, которые в результате должны были найти, можно определить из программы «Поиска решения». Она выполнила всего две итерации, следовательно, их всего два. Другие результаты параметров при котором производился поиск можно увидеть из рис. 3.

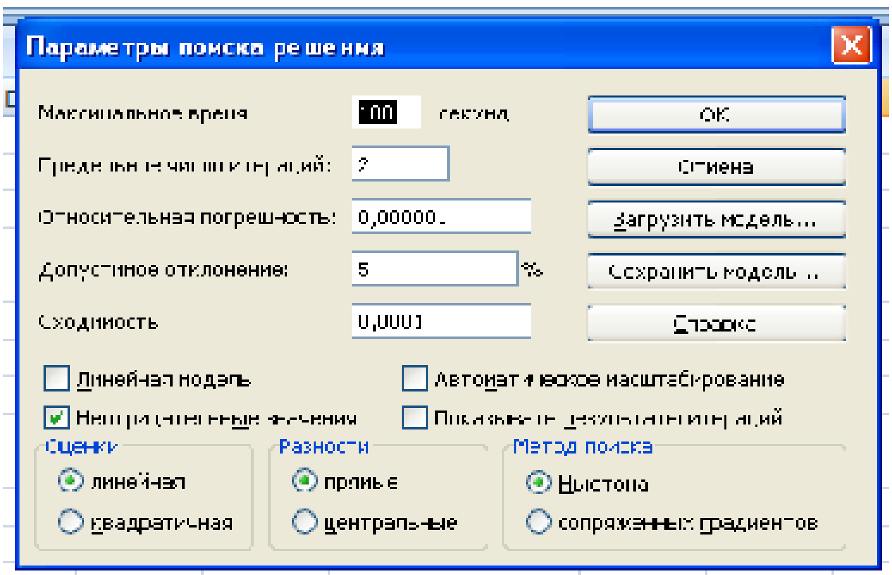

Рисунок 3 - Параметры поиска решения

Выводы

1. В примере использовалась нелинейная модель и коэффициенты W_i (3, 2, 1) при $\alpha = 2$, что определяет степень важности для самого нижнего уровня, т.е. для уровня – нано.

2. Изучили влияние на сохраняемость при фиксировании элементов исчезновения – w_i, так как дефекты могут исчезать самопроизвольно только на нано уровне.

3. В результате полученных значений для вектора r можно сделать вывод, что перегруженностью структуры на нижних уровнях позволяет управлять исходной моделью в области сохраняемости.

4. Управлять устойчивым развитием систем с заданными уровнями иерархии для технических систем можно только в области сохраняемости.

Список литературы

1. Угольницкий Г.А. Иерархическое управление устойчивым развитием/ Г.А. Угольницкий. М.: Издательство физико-математической литературы. 2010. 336с.
2. Белман Р. Динамическое программирование/ Р. Белман. М.: Из-во Физ-Мат лит-ры.1960. 424с.
3. Беляев К.П. Идентификация и синтез структурной устойчивости материалов на микро, мезо и нано уровнях/ К.П. Беляев, В.И. Ключко, Н.В. Кушнир/ Краснодар, Изд-во КубГТУ- 2012. 148с.
4. Редакторы Дж. Эндрюс, Р. Мак-Лоун; пер. с англ. Гупало Ю. П. Математическое моделирование - М. : Из-во «Мир». 1979. 275с.

References

1. Ugol'nickij G.A. Ierarhicheskoe upravlenie ustojchivym razvitiem/ G.A. Ugol'nickij. M.: Izdatel'stvo fiziko-matematicheskoj literatury. 2010. 336s.
2. Belman R. Dinamicheskoe programmirovanie/ R. Belman. M.: Iz-vo Fiz-Mat lit-ry.1960. 424s.
3. Beljaev K.P. Identifikacija i sintez strukturnoj ustojchivosti materialov na mikro, mezo i nano urovnjah/ K.P. Beljaev, V.I. Kljuchko, N.V. Kushnir/ Krasnodar, Izd-vo KubGTU- 2012. 148s.
4. Editors G. Andrews, R. Mac-Lawn; trans. from English Gupalo Y. P. Mathematical modeling - M: publishing house "Mir". 1979. 275s.