УДК: 336.58:334 (330.4)

01.00.00 Физико-математические науки

ОЦЕНКИ КРЕДИТОСПОСОБНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ НА ОСНОВЕ ПЯТИФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ АЛЬТМАНА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ АППАРАТА НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Бамадио Бурейма
РИНЦ SPIN-код: 7488-3589
аспирант, кафедра вычислительной математики и информатики

Лебедев Константин Андреевич
д. ф.-м. н.
РИНЦ SPIN-код: 6744-1690
Профессор кафедры вычислительной математики и информатики

Шевченко Игорь Викторович
д.э.н., профессор
РИНЦ SPIN-код: 5689-5809
Декан экономического факультета, зав. кафедрой мировой экономики и менеджмента
Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

В данной работе предложена методика, использующая аппарат теории нечетких множеств совместно с пятифакторной моделью Альтмана для оценки кредитоспособности предприятия. Модель Альтмана усовершенствована в двух отношениях: применяется среднеквадратичное интегральное приближение для точного вычисления количественной оценки кредитоспособности (вероятности банкротства) и применения аппарата нечётких множеств для упорядочения множеств по степени доверия полученной вероятности. В предлагаемой работе проведено имитационное моделирование процедуры оценки кредитоспособности и показаны возможности модели. В модели исходные параметры k_i^0, образуют входы системы (входные переменные), позволяющие получить значение параметра *z*-Альтмана.. С помощью модели Альтмана, аппроксимирующей функции L_6, функции принятия решения $I(p)$ и алгоритма вычисления предпочтения μ получаем номер множества *i*, того которое принадлежит ряду множеств упорядоченных по мере нечёткости (доверия) $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$. По выбранным имитационным параметрам можно получить устойчивую статистику. Модель Альтмана с применением вычислительной функции

UDC: 336.58:334 (330.4)

Physical and mathematical sciences

ESTIMATION OF A COMPANY CREDIT STATUS BASED ON THE FIVE-FACTOR “ALTMAN” MODEL USING FUZZY SETS AND SIMULATION

Bamadio Boureima
SPIN-code: 7488-3589
postgraduate of the Department of computational mathematics and Informatics

Lebedev Konstantin Andreyevich
Dr.Sci.(Phys.-Math.), professor
SPIN-codeкод: 6744-1690
Professor of the Department of computational mathematics and Informatics

Shevchenko Igor Viktorovich
Dr.Sci.Econ, professor
РИНЦ SPIN-code: 5689-5809
Dean of the Faculty of Economics, Head of the Department of World Economics and Management
Kuban state university, Krasnodar, Russia

In this article we propose a method that uses the apparatus of the theory of fuzzy sets, together with the five-factor model of Altman in assessing the creditworthiness of an enterprise. Altman's model works in two ways: It applies the root mean square (RMS) integral approximation for the exact calculation of quantitative assessment of creditworthiness (probability of bankruptcy), and using the device of fuzzy sets for ordered sets by the degree of confidence in the resulting probability. In this paper we conducted simulation procedure for the credit assessment and showed the capabilities of the model. The model input parameters k_i^0, forms system inputs (input variables), allowing you to get the value of the parameter *z* of Altman. With the help of Altman's model, approximating function L_6, the decision function $I(p)$ and the algorithm for calculating preference μ we obtain the number of the set *i* to which belongs a number of ordered sets as fuzzy logic $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$. On the selected simulation parameters, stable statistics can be obtained. Altman's model with the use of computational function $p^j = L_6(z^j)$ allows real values of the input parameters of the enterprise replaced by random values of the simulation model. This technique allows, as shown by the results of computational experiments, the creditor to obtain additional information on the creditworthiness of the

$p^j = L_6(z^j)$ позволяет действительные реальные значения входных параметров предприятий заменить на случайные значения имитационной модели. Данная методика позволяет, как показывают результаты вычислительных экспериментов, кредитору получать дополнительную информацию о кредитоспособности исследуемого предприятия и сделать более обоснованный вывод о его финансовом состоянии, что ускоряет принятие решения о возможности выдачи требуемого кредита. . Разработанная методика оценки нечёткости может применяться и к другим моделям оценки кредитоспособности предприятия: модели Давыдова, Зайцева, Сайфуллина, Кадыкова и других с соответствующей необходимой модификацией

Ключевые слова: ОЦЕНКИ КРЕДИТОСПОСОБНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ, МОДЕЛИ АЛЬТМАНА, НЕЧЁТКИЕ МНОЖЕСТВА, ИНТЕГРАЛЬНОЕ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ, ФУНКЦИЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ, ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

investigated enterprise and make a more informed conclusion about its financial condition, which speeds up the decision on the possibility of issuing the required credit. The development of method of estimating fuzzy logic can be applied to other models of assessing the creditworthiness of a company: Davydov's model, Zaitseva's, Saifullina's, Kadykova's and others with appropriate modification

Keywords: ESTIMATION OF CREDIT STATUS COMPANY, MODEL ALTMAN, FUZZY SETS, INTEGRAL MEAN-SQUARE APPROXIMATION, FUNCTION FACILITIES, SIMULATION

1. Введение

Проблема своевременного возвращения кредитов актуальна для деятельности любой кредитующей организации (банка). Надёжное решение проблемы в значительной мере зависит от «качества» достоверной оценки кредитоспособности потенциальных заёмщиков, осуществляемая экспертами на основе бухгалтерской отчетности. Она дает достаточно полную информацию о финансовом состоянии предприятия и позволяет разработать объективные и достоверные методики принятия решения о выдаче предприятию кредита с минимальным риском [1]. Несмотря на наличие большого количества всевозможных моделей и методик (Д. Фулмер; Р. Таффлер; У. Бивер; Э. Альтмана; Л.В. Донцова; А.Д Шеремет., Р.С. Сайфулин, Е.В. Негашев; П.А. Фомина; О.П. Зайцева; Г.В. Савицкая; и другие) [2,3,4,5,6,7,8,9,10], позволяющих оценивать кредитоспособность предприятия, тем не менее, в реальной практике не существует единой и универсальной методики оценки кредитоспособности (предсказания вероятности банкротства).

В современной практике финансово-хозяйственной деятельности зарубежных фирм для оценки вероятности банкротства наиболее широкое применение получили модели, разработанные Э. Альтманом и У Бивером [4,5,11]. Модель Альтмана была построена при помощи множественного дискриминантного анализа (Multiple discriminant analysis – MDA). Первым российским опытом применения подхода Альтмана является сравнительно недавно разработанная модель Давыдовой-Беликова [12,13].

В настоящее время теория нечетких множеств является развитым научным направлением, имеющее большое прикладное значение. Теория широко применяется при решении технических проблем [14]. Расширяется использование теории нечетких множеств в экономике и управлении предприятиями [15,16]. Также одним из наиболее перспективных направлений научных исследований в области анализа, прогнозирования и моделирования экономических явлений и процессов является нечеткая логика (fuzzy logic) [17]. Но применение меры нечеткости множеств ещё недостаточно применяется при анализе и оценке кредитоспособности предприятия.

В последнее время все большую популярность среди математических подходов, для воспроизведения исследуемых процессов или явлений приобретает имитационное моделирование [18], которое помогает не только адекватно оценить кредитоспособность предприятия, но и дать обоснование наиболее рационального решения для лица, принимающего решения. В данной работе будет применяться аппарат теории нечетких множеств и математическое имитационное моделирование для оценки кредитоспособности предприятия.

Таким образом, цель данной работы состоит в том, чтобы, используя аппарат теории нечетких множеств и имитационное моделирование, с помощью модели Альтмана усовершенствовать эффективную методику оценки кредитоспособности (банкротства) предприятия, разработать способ упорядочения нечетких множеств X_i по вычисленной мере предпочтения. Предоставить несколько реальных примеров по применению новой методики оценки кредитоспособности предприятий и провести имитационное моделирование процедуры вычисления вероятности банкротства предприятия.

2. Постановка задачи

Наибольшее распространение получила пятифакторная модель Альтмана (z-модель), позволяющая оценить возможность банкротства предприятия, которая, применительно к экономике США, имеет вид [4]:

$$z = 1.2k_1 + 1.4k_2 + 3.3k_3 + 0.6k_4 + 1.0k_5, \qquad (1)$$

где коэффициенты k_i имеют смысл: k_1 - собственный оборотный капитал/сумма активов, k_2 - нераспределенная прибыль/сумма активов, k_3 - прибыль до уплаты процентов/сумма активов, k_4 - рыночная стоимость собственного капитала/заемный капитал, k_5 - объем продаж/сумма активов. Веса при коэффициентах рассчитывались на основе множественного дискриминантного анализа (MDA-анализ) применительно к экономике США.

Имеются примеры применения модели и к российской экономике, например, проведённые исследования в работе [19] подтвердили приемлемость использования критерия Альтмана в отечественных условиях бизнеса для диагностики кредитоспособности сельскохозяйственных предприятий. Экономисты из множества стран, проверяющие на практике модель, соглашаются с ее универсальностью и надежностью, адаптируя веса при коэффициентах в модели для своих государств и отраслей. Для успешного применения модели Альтмана в

России, вообще говоря, необходима корректировка весов при коэффициентах k_i с учетом специфики российской экономики [20, 21].

Модель Альтмана вводит функцию *p*(*z*), которая равна вероятности банкротства. Вероятность банкротства рассчитывается согласно эмпирически установленной зависимости

$$p(z)=\begin{cases}[0.80, 1.0\,] \text{ если } \; 0\ \le z \le 1.8\\ [0.35,\, 0.5] \text{ если } 1.81 \le z \le 2.77\\ [0.15,\, 0.2] \text{ если } 2.8 \le z \le 2.99\\ [0,\ \varepsilon] \text{ если } 3 \le z < \infty\end{cases}, \qquad (2)$$

при $z \ge 3$ вероятность банкротства предприятия $p=\varepsilon$ достаточно мала ($\varepsilon \to 0$ при $z \to \infty$) и считается приблизительно равной нулю. При дальнейшем изложении проблемы примем $\varepsilon = 0{,}05$. На рис.1 представлен график функции *p*(*z*) модели Альтмана (1). Определим две функции $f_1(z)=\min\limits_{\forall z} p(z)$, $f_2(z)=\max\limits_{\forall z} p(z)$. После этого решим задачу интегрального среднеквадратичного приближения множеств Альтмана полиномом достаточно высокой 6-й степени

$$L_7(z)=a_0+a_1 z+a_2 z^2+a_3 z^3+a_4 z^4+a_5 z^5+a_6 z^6$$

на отрезке $z\in[0, z_4]$, $z_4=3.5$. Более высокие степени, как показывают расчёты, не приводят к иным результатам, отличающимся от проведённых. Меньшие степени порождают полиномы недостаточной гладкости. Обоснование выбора степени полинома рассматривалось как предмет отдельной работы в экономико-математическом исследовании [22]. Коэффициенты находились из минимизационной задачи в семимерном пространстве R^7 коэффициентов полинома

$$a=\arg\left\{\min_{a\in R^7} F(a)\right\} \qquad (3)$$

где $F(a)=\sum\limits_{i=1}^{2}\int\limits_{0}^{z4}\left(L_6(z)-f_i(z)\right)^2 dz$, $a=\{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}^T$, при дополнительных естественных ограничениях

$$\left.\frac{dL_6(z)}{dz}\right|_{z=0}=0, \qquad a_1=0,$$

$$L_6(z)\big|_{z=z4}=0, \qquad a_0+a_1z_4+a_2z_4{}^2+a_3z_4{}^3+a_4z_4{}^4+a_5z_4{}^5+a_6z_4{}^6=0,$$

$$\left.\frac{dL_6(z)}{dz}\right|_{z=z4}=0, \qquad a_1+2a_2z_4+3a_3z_4{}^2+4a_4z_4{}^3+5a_5z_4{}^4+6a_6z_4{}^6.$$

У отрезка, на котором производится аппроксимация, правая крайняя точка выбрана z_4=3.5. Выбор этой точки до некоторой степени произволен, однако прямые l_1, l_2 ограничивающие область, в которой содержатся прямоугольники, пересекаются на оси *z* в одной точке с координатой z = 3.5. [23]. Минимизационная задача решалась с помощью математического пакета **MathCAD** $a=\{a_0,a_1,a_2,a_3,a_4\}^T=\{0.988;-0.23;0.237;-0.162;\ 0.026\}$.

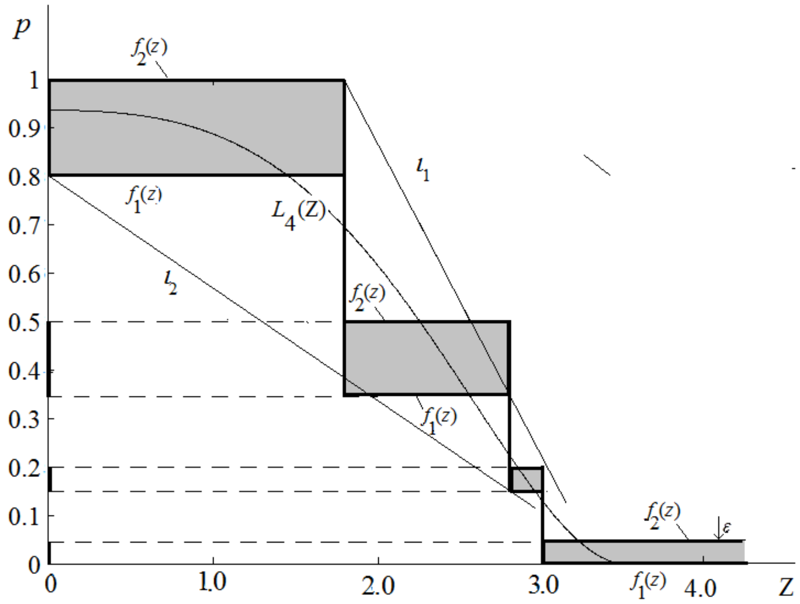


Рисунок 1. График функции нечеткой переменой p(z) модели Альтмана. С помощью функций $f_1(z)=\min\limits_{\forall z} p(z)$, $f_2(z)=\max\limits_{\forall z} p(z)$ интегральным методом среднеквадратичного приближения построен полином $L_6(z)$ шестой степени.

В модели (1) параметры не могут быть измерены точно. Следовательно, модель (1) порождает нечеткие множества, которым принадлежат значения величины *p*, а значения функций принадлежности этих множеств совпадают с вероятностями банкротства предприятия. Модель Альтмана, позволяет в первом приближении разделить предприятия на четыре класса с вероятностью банкротства X_i, $i=1,\cdots,4$. $X_1=[0.8, 1.0]$ - «вероятность банкротства велика», $X_2=[0.35, 0.50]$- «вероятность банкротства средняя», $X_3=[0.15, 0.20]$- «вероятность банкротства не велика», $X_4=[0, \varepsilon]$- предприятия «вероятность банкротства маленькая».

В рассматриваемом примере $p\in[0,1]$. Для нечётких множеств $\tilde{X}_i$ задаётся функция принадлежности $\mu_{\tilde{X}_i}(p):U\to\mu\in M=[0,1]\in R$, (рассмотренная ниже в пункте 4). Если величина вероятности p , найденная по модели Альтмана (1) с применение L_6(z) попадает в одно из множеств X_i, то значение функции принадлежности будет равняться $\mu=1$. Эта ситуация показана на рисунке 2. В этом случае, вероятности банкротства приписывается полученное значение $p=L_6(z)\in X_i$. Если $p=L_6(z)\notin X_i$, то $\mu=0$.

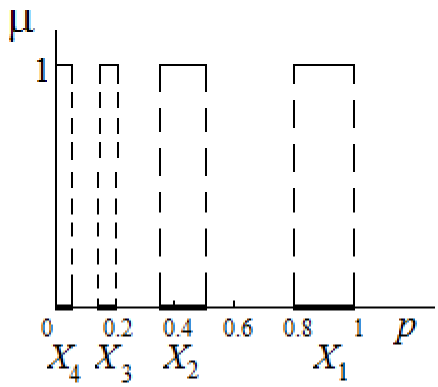


Рисунок 2. Значения функции принадлежности при $p\in X_i$.

Множества X_i заданы своими μ функциями распределения четко.

Когда величина вероятности p, найденная по модели Альтмана (1) с применением $L_6(z)$ не попадает ни в одно из множеств $p=L_6(z)\notin X_i$, то значение функции принадлежности будет находиться с помощью представленной ниже (в пункте 4) методики с помощью аппарата нечётких множеств.

В настоящее время нечеткие множества активно используются на практике при анализе рисков банкротства предприятий [24]. Новизна данной работы состоит в том, что впервые методика оценки меры нечеткости множеств использована при анализе показателей, влияющих (согласно модели Альтмана) на кредитоспособность рассматриваемых предприятий.

3. Лингвистическая переменная

Для изучения систем, на поведение которых сильное влияние оказывают суждения, восприятия или эмоции человека (гуманистические системы) Л.А. Заде предложил использовать так называемые лингвистические переменные [25], т. е. переменные, значениями которых являются слова или предложения естественного языка. Процесс оценки вероятности банкротства предприятия может быть описан в терминах теории нечетких множеств с использованием лингвистических переменных.

Лингвистическая переменная Ω есть конечный набор [24, 25]:

$$\Omega = \langle \omega, T(\omega), U, G, M \rangle , \qquad (4)$$

Применительно к задаче оценки вероятности банкротства предприятия переменным может быть приписан следующий содержательный смысл: $\omega = p$ – название переменной (вероятность банкротства p); $T(\omega)$ – множество значений (5) лингвистической переменной p.

Множество значений возможности банкротства предприятия может быть, например следующим:

$$T(p)=\left\{\begin{array}{l} возможность\ банкротства\ высокая, \\ возможность\ банкроства\ средняя, \\ возможность\ банкротства\ небольшая, \\ возможность\ банкротства\ маленькая \end{array}\right\}, \qquad (5)$$

при этом каждому имени соответствует нечеткое подмножество X, определенное на универсальном множестве U ($U=[0,1]\subset R$), на котором задана переменная *p; G* – синтаксическое правило, для образования имен новых значений переменной *p* (“высокая”, “не очень высокая” , “слабая” степень достоверности суждения о вероятности банкротства); M – семантическое правило, позволяющая преобразовать имя, образованное процедурой *G*, в нечеткую переменную (задаёт вид функции принадлежности), ассоциирует имя с его значением, детализирующих возможности банкротства предприятия. Каждому из четырёх элементов *T* ставится в соответствие подмножество $X_i \in U$.

4. Функция принадлежности

Функция принадлежности $\mu_A(u)$ – это функция, областью определения которой является носитель U , $u \in U$, а областью значений μ_A– единичный интервал $[0;1]$ [24, 26]. Чем больше значение $\mu_A(u)$, тем выше оценивается степень принадлежности элемента носителя U нечеткому множеству A. В нашем случае в качестве носителя выберем $U=\{X, 0\le X\le 1\}$, на котором заданы множества X_i где $u=p$ – вероятность банкротства предприятия, соответствующая значению z, найденного с помощью уравнения (1). На этом носителе определим функции принадлежности: для значения p_1 – $\mu_{\tilde{X}_1}(p)$, p_2 – $\mu_{\tilde{X}_2}(p)$, p_3 – $\mu_{\tilde{X}_3}(p)$, p_2 – $\mu_{\tilde{X}_4}(p)$, причем первая из них отвечает нечеткому подмножеству $\tilde{X}_1$, вторая – $\tilde{X}_2$, третья – $\tilde{X}_3$, а четвертая – $\tilde{X}_4$, где $\tilde{X}_1$– «возможность банкротства высокая», $\tilde{X}_2$– «возможность банкротства средняя», $\tilde{X}_3$ – «возможность банкротства небольшая», $\tilde{X}_4$– «возможность банкротства маленькая».

Вычисления значения z по модели Альтмана (1) и вычисления p по формуле $L_6(z)$ не всегда даёт возможность отнести вычисленное значение p в одно из множеств $X_{i,}$ то есть к одному из случаев $p \in X_1 = [0.8, 1.0]$, $p \in X_2 = [0.35, 0.50]$, $p \in X_3 = [0.15, 0.20]$, $p \in X_4 = [0, 0.05]$. Например, если $p \in 0.7$, то p можно отнести и к множеству X_1, и к множеству X_2. В этой связи, вводим некоторую дополнительную методику для оценки принадлежности значения p нечеткому множеству. Для нечётких множеств $\tilde{X}_i$ задаётся функция предпочтения $\mu_{\tilde{X}_i}(u): U \to \mu \in M = [0, 1] \in R$, позволяющая определить меру нечеткости множества $\tilde{X}_i$, в данном случае, меру нечеткости вычисленной вероятности $p = L_6(z) \in X_i$.

Будем предполагать, что функции принадлежности подмножеств $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, $\tilde{X}_3$, $\tilde{X}_4$ имеют следующий вид:

$$\mu_{\tilde{X}_1} = \begin{cases} \dfrac{10p-5}{3}, & \textit{если} \quad 0.5 \le p < 0.8, \\ 1, & \textit{если} \quad 0.8 \le p \le 1; \end{cases} \quad \mu_{\tilde{X}_2} = \begin{cases} \dfrac{100p-20}{15}, & \textit{если} \quad 0.2 \le p < 0.35, \\ 1, & \textit{если} \quad 0.35 \le p < 0.5, \\ \dfrac{8-10p}{3}, & \textit{если} \quad 0.5 \le p \le 0.8; \end{cases} \qquad (6,7)$$

$$\mu_{\tilde{X}_3} = \begin{cases} \dfrac{100p-5}{10}, & \textit{если} \quad 0.05 \le p \le 0.15, \\ 1, & \textit{если} \quad 0{,}15 < p \le 0{,}2, \\ \dfrac{35-100p}{15}, & \textit{если} \quad 0.2 < p \le 0.35, \end{cases} \quad \mu_{\tilde{X}_4} = \begin{cases} 1, & \textit{если} \quad 0 \le p < 0.05, \\ \dfrac{15-100p}{10}, & \textit{если} \quad 0.05 \le p \le 0.15. \end{cases} \qquad (8, 9)$$

Тогда,

$$\tilde{X}_1 = \int\limits_{0.5 \le p \le 1} \mu_{X_1}(p)/p = \int\limits_{0.5 \le p < 0.8} \left(\frac{10p-5}{3}\right) \Big/ p + \int\limits_{0.8 \le p \le 1} 1\!\big/\!p; \qquad (10)$$

$$\tilde{X}_2 = \int\limits_{0.2 \le p \le 0.8} \mu_{X_2}(p)/p = \int\limits_{0.2 \le p < 0.35} \left(\frac{100p-20}{15}\right) \Big/ p + \int\limits_{0.35 \le p \le 0{,}5} 1\!\big/\!p + \int\limits_{0.5 < p \le 0.8} \left(\frac{8-10p}{3}\right) \Big/ p; \qquad (11)$$

$$\tilde{X}_3 = \int\limits_{0.05 \le p \le 0.35} \mu_{X_3}(p)/p = \int\limits_{0.05 \le p \le 0.15} \left(\frac{100p-5}{10}\right) \Big/ p + \int\limits_{0.15 < p \le 0.2} 1\!\big/\!p + \int\limits_{0.2 < p \le 0.35} \left(\frac{35-100p}{15}\right) \Big/ p; \qquad (12)$$

$$\tilde{X}_4 = \int\limits_{0 \le p \le 0.15} \mu_{X_4}(p)/p = \int\limits_{0 \le p < 0.05} 1/p + \int\limits_{0.05 \le p < 0.15} \left(\frac{15 - 100p}{10}\right) \Big/ p. \quad (13)$$

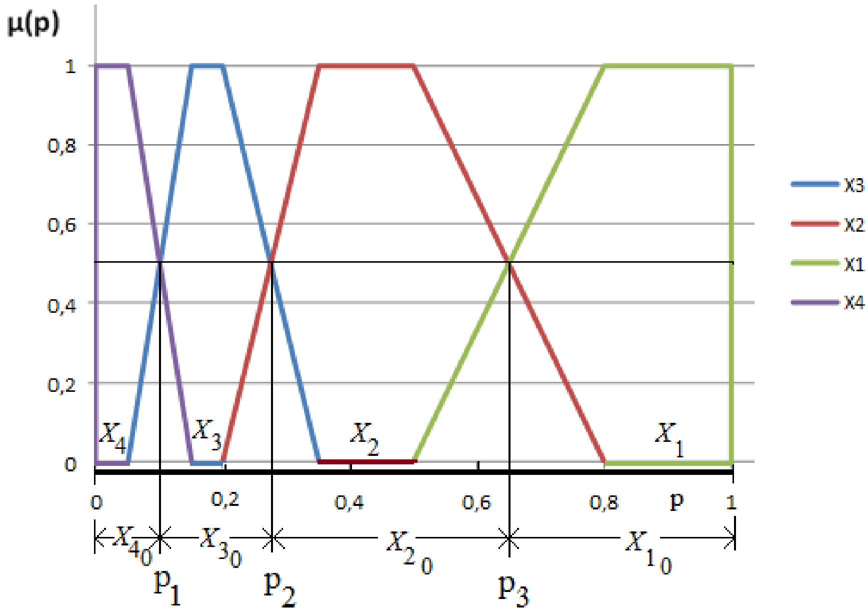


Рисунок 3. Графики функции принадлежности нечетких подмножеств $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, $\tilde{X}_3$, $\tilde{X}_4$.

Из рисунка 3 видно, что точки p_i, $i = 1,2,3$ являются абсциссами точек пересечения функции $\mu_{\tilde{X}_i}(p)$ и $\mu_{\tilde{X}_{i+1}}(p)$, ($p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.275$, $p_3 = 0.65$). Таким образом имеются функции $\mu_{\tilde{X}_i}(p)$, на основе которых строится функция принятия решения $I(p)$. С помощью функции принятия решения $I(p)$ можно выбрать один из индексов *i*, который определит множество X_i и меру принадлежности величины *p* соответствующему множеству $\mu_{\tilde{X}_i}(p)$.

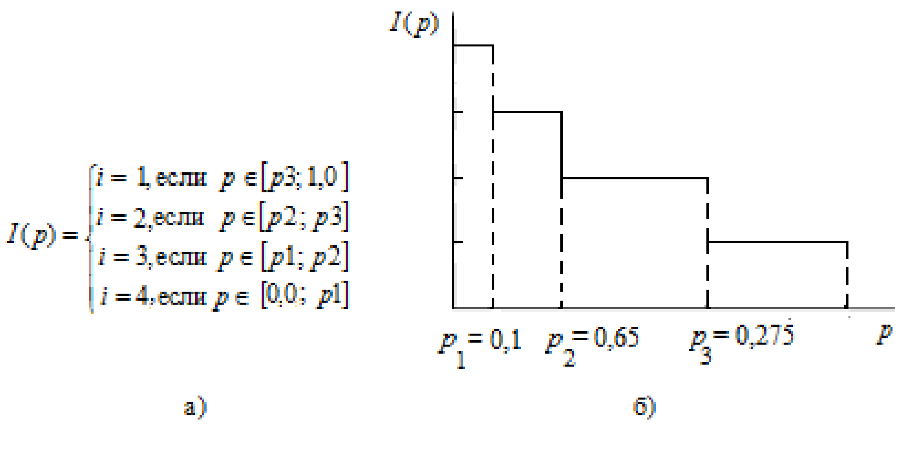


Рисунок 4. Функция принятия решения: а) функция принятия решения $I(p)$; б) график функции принятия решения;

5. Меры нечеткости множеств

После вычисления z, $p(z)$, выбора X_i и вычисления меры принадлежности $\mu_{\tilde{X}_i}(p)$ оценим множества X_i с точки зрения степени нечёткости, то есть введём полное упорядочение множеств по степени их нечёткости. Для определения степени нечёткости множества используется мера его нечёткости d, сводящаяся к измерению меры различия между нечетким множеством A и четким множеством A_0 [24, 26]. Мера нечеткости множества A определяется как расстояние $d(A, A_0)$ от этого множества A до множества, ближайшего к нему четко заданного множества A_0: $d(A, A_0) = \rho(\mu_A, \mu_{A_0})$. Чёткое подмножество, ближайшее к нечеткому A с функцией принадлежности $\mu_A(u)$ $(\mu_i \in M[0,1] \subset R)$, называют подмножество $A_0 \in U$, характеристическая функция которого имеет вид:

$$\mu_{A_0} = \begin{cases} 1, \quad если \quad \mu_A > 0.5, \\ 0, \quad если \quad \mu_A < 0.5, \\ 1 \quad или \quad 0, \quad если \quad \mu_A = 0.5. \end{cases} \tag{14}$$

В пространстве $Q[0,1]$ кусочно-непрерывных функций, имеющих конечное число разрывов, можно определить расстояние между множествами А и $А_0$, как среднеквадратичное расстояние между функциями принадлежности [24, 26].

$$d(A, A_0) = \rho(\mu_A, \mu_{A_0}) = \sqrt{\int_0^1 \left(\mu_A - \mu_{A_0}\right)^2 dx}\ . \tag{15}$$

Чёткие подмножества X_{1_0}, X_{2_0}, X_{3_0}, X_{4_0} ближайшие соответственно к нечётко заданным X_1, X_2, X_3 и X_4, имеют формулы:

$$X_{1_0} = \int_{0,5 \le p \le 1} \mu_{X_1}(p)/p = \int_{0,5 \le p < з3} 0/p + \int_{з3 \le p \le 1} 1/p; \tag{16}$$

$$X_{2_0} = \int_{0,2 \le p \le 0,8} \mu_{X_2}(p)/p = \int_{0,2 \le p < p2} 0/p + \int_{p2 \le p \le p3} 1/p + \int_{p3 < p \le 0,8} 0/p; \tag{17}$$

$$X_{3_0} = \int\limits_{0,05 \le p \le 0,35} \mu_{X_3}(p)/p = \int\limits_{0,05 \le p \le p1} 0/p + \int\limits_{p1 < p \le p2} 1/p + \int\limits_{p2 < p \le 0,35} 0/p; \quad (18)$$

$$X_{4_0} = \int\limits_{0 \le p \le 0,15} \mu_{X_4}(p)/p = \int\limits_{0 \le p < 0,05} 1/p + \int\limits_{0,05 \le p < p1} 0/p. \quad (19)$$

Найдем меры нечеткости определенных выше подмножеств X_1, X_2, X_3, X_4, вычисляя меры нечеткости по метрике Евклида:

$$d^E(X_1, X_{1_0}) = \rho(\mu_X, \mu_{X_0}) = \sqrt{\int_0^1 \left(\mu_{X_1} - \mu_{X_{10}}\right)^2 dx} \approx 0.158; \quad (20)$$

$$d^E(X_2, X_{2_0}) = \rho(\mu_X, \mu_{X_0}) = \sqrt{\int_0^1 \left(\mu_{X_2} - \mu_{2_0}\right)^2 dx} \approx 0.194; \quad (21)$$

$$d^E(X_3, X_{3_0}) = \rho(\mu_X, \mu_{X_0}) = \sqrt{\int_0^1 \left(\mu_{X_3} - \mu_{X_{30}}\right)^2 dx} \approx 0.144; \quad (22)$$

$$d^E(X_4, X_{4_0}) = \rho(\mu_{X_4}, \mu_{X_{40}}) = \sqrt{\int_0^1 \left(\mu_{X_4} - \mu_{X_{40}}\right)^2 dx} \approx 0.091. \quad (23)$$

Из этих вычислений следует, что подмножество X_2 является более нечетким по сравнению с подмножествами X_1, X_3 и X_4, так как мера нечеткости X_2, при заданной метрике, больше соответствующих мер нечеткости подмножеств X_1, X_3 и X_4. Совершенно аналогично: X_1 – более нечетко задано по сравнению с X_3, X_4; множество X_3 – более нечетко задано по сравнению с X_4.

Пусть $X \succ Y$ означает, что X более нечетко задано, чем Y. Тогда X_1, X_2, X_3, X_4 можно по признаку нечёткости, упорядочить следующим образом: $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$. Чем правее множество, в ряду $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$ тем достовернее суждение о вероятности банкротства, к нему относящееся. Следовательно, из всей совокупности $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ наиболее нечетко заданным является X_2 – «возможность банкротства средняя», а наиболее четко задано X_4– «возможность банкротства мала». Это означает, что доверие к суждению о возможном банкротстве предприятия увеличивается слева направо в ряду $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$.

6. Примеры использования модели

Рассмотрим несколько конкретных примеров применения модели Альтмана, как метода оценки вероятности банкротства.

Пример 1. Используя бухгалтерский баланс предприятия ОАО «**Концерн Росэнергоатом»** за три года (2009 – 2011 и 2013 гг.) [27], вычислим значения коэффициентов k_i и величины z-Альтмана (1) (см. таб. 1).

Таблица 1. Значения показателей z - Альтмана и вероятность банкротства предприятия **ОАО «Концерн Росэнергоатом»**

Показатели	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	z	вероятность банкротства
2009 г.	0.10	0.05	0.05	5.83	0.31	4.18	$z \geq 3 \quad p \to 0$
2010 г.	0,11	0.12	0.04	10.59	0.28	7.06	$z \geq 3 \quad p \to 0$
2011 г.	0.06	0.11	0.00	5.28	0.21	3.62	$z \geq 3 \quad p \to 0$
-	-	-	-	-	-	-	-
2013 г.	0.07	0.16	0.01	5.77	0.19	3.99	$z \geq 3 \quad p \to 0$

Из таблицы видно, что из трёх лет (2009 – 2011 г.), исследуемое предприятие относится только к X_4 (возможность банкротства маленькая). В ряду $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$ наиболее четко заданным является именно X_4– «возможность банкротства маленькая», поэтому малость величины p вероятности банкротства с наибольшей возможной, в рамках данной модели, достоверностью. Это означает что, что предприятию не грозило банкротство и прогноз его кредитоспособности надёжен с максимально возможной степенью надёжности.

Пример 2: Рассчитаем различные коэффициенты Альтмана при использовании статистических бухгалтерского баланса данных предприятия **ОАО «Теплосеть»** [28] за три года (2009 – 2011 г.)**.**

Полученные результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2. Значения показателей z - Альтмана и вероятность банкротства предприятия **ОАО «Теплосеть»**

Показатели	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	z	вероятность банкротства
2009г.	2.60	0.10	0.07	0.38	2.60	4.32	$z \geq 3 \quad p \to 0$
2010г.	1.60	0.11	0.10	0.35	1.60	3.19	$z \geq 3 \quad p \to 0$
2011г.	0.90	0.85	0.60	0.33	0.90	5.03	$z \geq 3 \quad p \to 0$
-	-	-	-	-	-	-	-
2013 г.	0.66	0.14	0.16	0.77	2.24	4.22	$z \geq 3 \quad p \to 0$

За весь период рассмотрения (то есть 2009 – 2011 и 2013 гг.) значение параметра Альтмана оказалось $z \geq 3$. Это означает, что оно относится к множеству X_4 (возможность банкротства маленькая), следовательно мера нечеткости относящейся к этому же подмножеству X_4 по разработанной модели наименее нечетко задано по сравнению с другими и данное суждение наиболее достоверно ($X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$), как и в предыдущем случае.

Пример 3. Используя бухгалтерский баланс предприятия ОАО «**Ленмолоко**» [29] за три года (2009 – 2011 г.), вычислим значения коэффициентов k_i и величины z - Альтмана (1) (см. таб. 3).

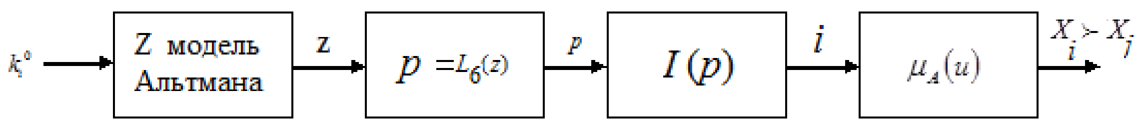
Таблица 3. Значения показателей z - Альтмана и вероятность банкротства предприятия **ОАО «Ленмолоко»**

Показатели	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	z	вероятность банкротства
2009 г.	0.01	0.04	0.07	1.42	0.96	2.12	$1.81 \leq z \leq 2.77 \quad p \in [0.35, 0.5]$
2010 г.	0.23	0.10	0.15	0.82	1.04	2.46	$1.81 \leq z \leq 2.77 \quad p \in [0.35, 0.5]$
2011 г.	0.73	0.21	0.38	2.40	2.31	6.16	$z \geq 3 \quad p \to 0$

Из таблицы видно, что из трёх лет, исследуемое предприятие два раза относится к X_2 (возможность банкротства средняя) и один раз к X_4 (возможность банкротства маленькая), причём первые два вывода за 2009 и 2010 г. заслуживают меньшего доверия, чем последний третий случай, относящийся к 2011г., так как располагаются слева в упорядоченном ряду $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$, тогда как множество X_4 является наиболее чётким. Можно сделать вывод о том, что проделанные расчёты показали, что предприятию не грозит банкротство, причём и в данном случае с достаточной степенью достоверности. К сожалению сведения о предприятии за последующие года отсутствуют.

7. Имитационное моделирование

В модели исходные параметры k_i^0, образуют входы системы (входные переменные), позволяющие получить значение параметра *z*-Альтмана. Система может переходить из одного состояния в другое под действием случайных входных переменных k_i^0. Величина *z* будет случайной, так как зависит от случайных показателей k_i^0. Величины k_i^0 задаются случайным образом в пакета **MathCAD**. Функция вырабатывает случайные входные переменные системы, затем последовательно с помощью модели Альтмана, аппроксимирующей функции L_6, функции принятия решения $I(p)$ и алгоритма вычисления предпочтения μ получаем номер множества *i*, того которое принадлежит ряду множеств упорядоченных по мере нечёткости $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$.



Имитационное моделирование позволяет имитировать во времени различные ситуации как для одного испытания, так и заданного их количества. Результаты испытаний будут определяться случайным имитационным характером выбора входных параметров. По выбранным имитационным параметрам можно получить устойчивую статистику. Модель Альтмана с применением вычислительной функции $p^j = L_6(z^j)$

позволяет действительные реальные значения входных параметров предприятий заменить на случайные значения имитационной модели.

Разыгрывалась имитация случайной величины z, которая отвечает некоторому набору случайных величин k_i^0. Параметр z задавался случайным образом с применением функции порождающей случайно равномерно распределённую величину на отрезке $[0, 0.3]$ области определения функции $p^j = L_6(z^j)$. Каждому входному значению случайного скаляра z^j находилась вероятность $p^j = L_6(z^j)$ и с помощью функции принадлежности I(p) находился индекс $i = I(p^j)$ и следовательно множество X_i к которому принадлежит предприятие, причем вычисляется мера принадлежности $\mu_{X_i}(p^j)$ отнесения предприятия к полученному множеству X_i в системе упорядоченных по степени нечёткости (доверия) $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$.

Пример 4: Пусть генерируются случайные входные переменные с помощью функции random**.** Например, конкретная единичная реализация случайной равномерно распределённой величины на промежутке [0, 3.5] оказалась равной $z = 3.256$. С помощью модели Альтмана и аппроксимирующей функции $L_6(z)$ получим $p = L_6(z) = 0.266$. На основе полученного значения данной функции, выбирается индекс i с помощью функция принятия решения $i = I(p) = 2$. Функция принятия решения $I(p)$ позволяет выбрать в данном случае индекс $i = 2$, отвечающий множеству X_2 то есть рассматриваемый случай относится к X_2 (возможность банкротства средняя). Мера предпочтения множества X_2 занимает в упорядочении множеств $X_2 \succ X_1 \succ X_3 \succ X_4$ первое место справа, причем вычисляется доверительная мера принадлежности $\mu_{X_2}(p) = \mu_{X_2}(0.266) = 0.56$ отнесения предприятия к полученному множеству X_2 в системе упорядоченных по степени нечёткости.

Было проведено m = 1-1000 имитаций случайной величины z, результаты работы модели, приведены в таблице 4 ниже. Во второй колонке даны математические ожидания, в третьей - среднеквадратичные уклонения величин z, p, i, μ.

Таблица 4. Математические ожидания и среднеквадратичное уклонение величин z, p, i, μ.

	M	$\sigma = \sqrt{D}$
z	1.741	1.025
p	0.599	0.33
i	1.815	1.071
μ	0.91	0.147

На рис.5-8 представлены результаты имитационного моделирования разных величин:

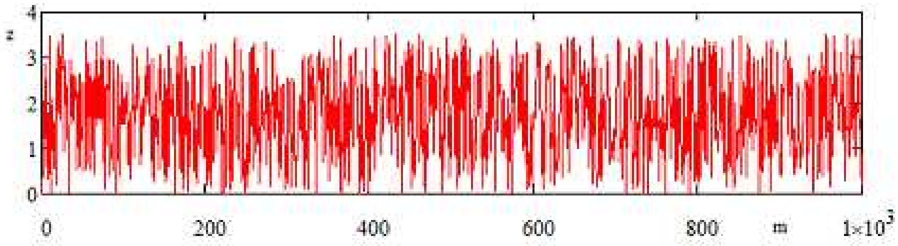


Рисунок 5. Имитационная реализация случайного процесса *z*(m).

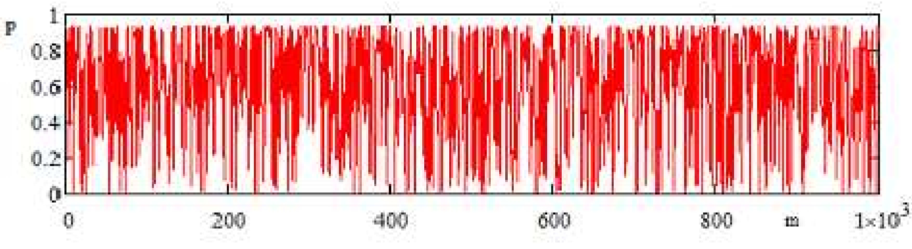


Рисунок 6. Имитационная реализация случайного процесса *p*(m).

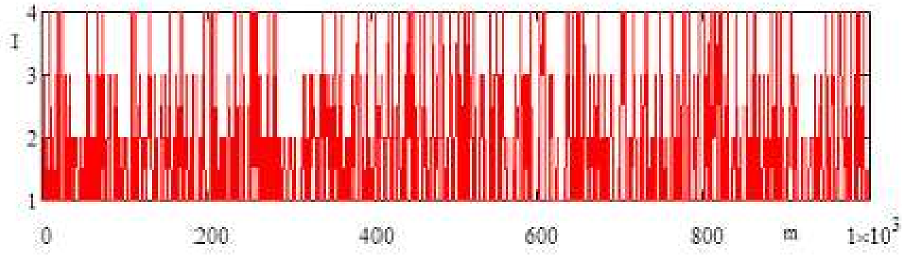


Рисунок 7. Имитационная реализация случайного процесса i(m) номера нечёткого множества.

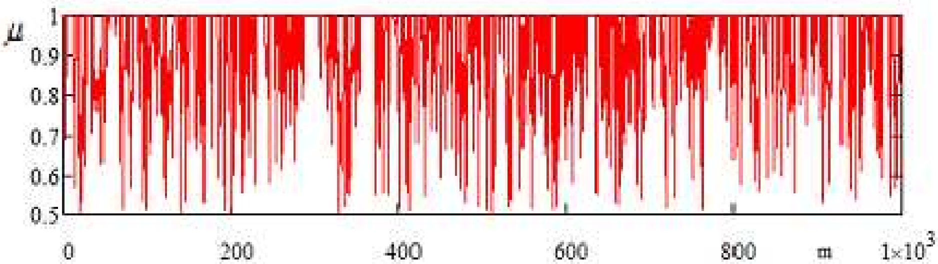


Рисунок 8. Имитационная реализация случайного процесса μ (m).

На рисунке 5, видно, что случайные величины z находятся в интервале $z \in [0, 3.5]$. Имитированные случайные значений z не достигают достоверного p=1 значение рис.6, из за свойств функции у которой $\max\limits_{z \in [0,3.5]} L_6(z) = L(0) = 0.936$. Что касается рисунка 7, то математическое ожидание равно $M = 1.815$, в силу асимметричных свойств функции выбора и с достаточно большим среднеквадратичным уклонением σ = 1.071. Рисунок 8 показывает уровень предпочтения μ к интервалу Альтмана и в имитированных случаях функция принятия решении μ > 0.5 рис.3. Математическое ожидание нечёткости близко к единице $M(\mu)$ = 0.91 с маленькой среднеквадратичным уклонением $\sigma(\mu) = 0.147$, что свидетельствует высокой степени доверия к полученным значениям вероятностей банкротства. По результатам работы зарегистрирована программа [22]. Результаты проведенного исследования показывают возможность применения методики к рассмотренным случаям вычисления вероятности банкротства предприятий.

8. Выводы

Описанная выше математическая модель дополняет модель Альтмана процедурой непрерывного вычисления вероятности банкротств предприятий с помощью полинома высокой степени, полученного методом интегрального среднеквадратичного приближения, а также в модель введена процедура вычисления значений функции принадлежности нечётких множеств, что позволяет указать какое из подмножеств является более четко или нечётко заданным. Имитационное исследование, проведенное в данной работе, подтверждает выводы о возможностях модели и дало набор устойчивых статистик. Используя предлагаемую модель, кредитор сможет более обосновано принимать решения об оценке кредитоспособности данного предприятия. Разработанная методика оценки нечёткости может применяться и к другим моделям оценки кредитоспособности предприятия: модели Давыдовы, Зайцева, Сайфуллина, Кадыкова и других с соответствующей необходимой модификацией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов Л.А., Перевозчиков А.В. Оценка кредитной истории физических лиц на основе нечетких моделей / Управление большими системами. Выпуск 21. М.: ИПУ РАН, 2008. с.84-106.
2. Fulmer J. A Bankruptcy Classification Model For Small Finns // Journal of Commercial Bank Lending. №6. 1984, с. 25-37
3. Taffler R.J. Going, going, gone - four factors which predict // Accountancy. №3., 1977, с. 50-54
4. Beaver W. Financial Ratio as Predictors of Failure, Empirical Research in Accounting // Journal of Accounting Research. - № 4. 1967, с. 71-111
5. Altman E.I. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, journal of finance, 23 (4)., 1968, 589-609
6. Донцова, Л. В. (2006): Анализ финансовой отчетности. Никифорова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Дело и Сервис. 2006. с. 298
7. Шеремет А.Д., Сайфулин Р.С., Негашев Е.В. Методика финансового анализа. - М: ИНФРА - М, 343 с.
8. Фомин, П. А. Особенности учета финансовых рисков при прогнозе динамики развития хозяйствующего субъекта // Финансы и кредит. -№4, 2003, с.7-12.
9. Зайцева О. П. Антикризисный менеджмент в российской фирме. //Аваль. (Сибирская финансовая школа).- 1998. № 11-12, с. 66-73
10. Савицкая, Г. В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия // 4-е изд., перераб. и доп. – Минск: ООО «Новое знание», 2000, с. 416
11. Салькова М.В. Методика анализа и прогнозирования деятельности организации в целях выявления и предупреждения несостоятельности (банкротства) // Материалы VI Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум» URL: http://www.scienceforum.ru/2014/576/1184 (дата обращения: 02.09.2014).

12. Давыдова Г.В., Беликов А.Ю. Методика количественной оценки риска банкротства предприятий // Управление риском, 1999. № 3, с.13-20.

13. Барановская Т.П., Коваленко А.В., Уртенов М.Х., Кармазин В.Н. Современные математические методы анализа финансово-экономического состояния предприятия: монография. КубГАУ, 2009, 250 с.

14. Hiyama T., Sameshima T. Fuzzy logic control scheme for an-line stabilization of multi-machine power system // Fuzzy Sets and Systems, 1991, Vol. 39, P. 181– 94

15. Дилигенский Н., В., Дымова Л. Г., Севастьянов П. В. Нечеткое Моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: Технология, Экономика, Экология М.: «Издательство Машиностроение−1», 2004, 397 с.

16. Кофман А., Алуха Х. Хил. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятием. Минск: Высшая школа, 1992, 223 с

17. Deluca A., Termini S. A definition of a non-probabilistic entropy the of fuzzy sets theory // Information and Control, 1972, V. 20, № 4, P.301-312.

18. Харин Ю. С., Малюгин В. И., Кирлица В. П., Любач В. И., Хацкевич Г. А. Основы имитационного и статического моделирования. Учебное пособие – Мн.: Дизайн ПРО, 1997, 288 с.

19. Патласов О.Ю. Применение моделей и критериев Альтмана в анализе финансового состояния сельхозпредприятий]// "Финансовый менеджмент" №6, 2006. [Электронный ресурс] // – Режим доступа: URL: http://dis.ru/library/699/26221/ (Дата обращения: 01.06.2014).

20. Коваленко А. В. Математические модели и инструментальные средства комплексной оценки финансово-экономического состояния предприятия: Дис. канд. экон. наук: 06.03.2009 / Кубанский государственный аграрный университет. – Краснодар, 2009, 235 с

21. Жданов В. Ю. Диагностика риска банкротства промышленных предприятий: на примере предприятий авиационно-промышленного комплекса: Дисс. канд. экон. наук: 08.00.05. — Москва, 2012, 193 с.

22. Бамадио Б. Кузякина М.В., Лебедев К.А. Оценки кредитоспособности предприятия на основе пятифакторной модели Альтмана при использовании аппарата нечетких множеств и среднеквадратичного интегрального приближения // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №10(104).

23. Бамадио Б., Лебедев К.А. Программа для принятия решений по оценке кредитоспособности предприятий (PDMSC). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014660623 от 20 октября 2014 г. В Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам.

24. Конышева Л. К., Назаров Д. М. Основы теории нечетких множеств / Л.К. Конышева, Д. М. Назаров. – СПб.: Питер, 2011, 192 с.

25. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976, 167 с.

26. Ибрагимов. В. А Элементы нечеткой математики / В. А. Ибрагимов, – Баку, АГНА, 2010, 392 с.

27. Бухгалтерская отчетность предприятия О.А.О. «Концерн Росэнергоатом»: [Электронный ресурс] // — Режим доступа: URL:http://www.rosenergoatom.ru/partners/shareholdersAndInvestors/buh-otchet/ (Дата обращения: 01.10.2013).

28. Бухгалтерская отчетность предприятия О.А.О. «Теплосеть»: [Электронный ресурс] // — Режим доступа: URL: http://stavteploset.ru/catalog/8/1/ (Дата обращения: 01.06.2014).

29. Бухгалтерская отчетность предприятия О.А.О. «Ленмолоко» (2013): [Электронный ресурс] // — Режим доступа: URL: http://www.lenmoloko.spb.ru/documents/balance.html/ (Дата обращения: 01.10.2013).

References

1. Kuznecov L.A., Perevozchikov A.V. Ocenka kreditnoj istorii fizicheskih lic na osnove nechetkih modelej / Upravlenie bol'shimi sistemami. Vypusk 21. M.: IPU RAN, 2008. s.84-106.

2. Fulmer J. A Bankruptcy Classification Model For Small Finns // Journal of Commercial Bank Lending. №6. 1984, s. 25-37

3. Taffler R.J. Going, going, gone - four factors which predict // Accountancy. №3., 1977, s. 50-54

4. Beaver W. Financial Ratio as Predictors of Failure, Empirical Research in Accounting // Journal of Accounting Research. - № 4. 1967, s. 71-111

5. Altman E.I. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, journal of finance, 23 (4)., 1968, 589-609

6. Doncova, L. V. (2006): Analiz finansovoj otchetnosti. Nikiforova. – 4-e izd., pererab. i dop. – M.: Delo i Servis. 2006. s. 298

7. Sheremet A.D., Sajfulin R.S., Negashev E.V. Metodika finansovogo analiza. - M: INFRA - M, 343 s.

8. Fomin, P. A. Osobennosti ucheta finansovyh riskov pri prognoze dinamiki razvitija hozjajstvujushhego sub#ekta // Finansy i kredit. -№4, 2003, s.7-12.

9. Zajceva O. P. Antikrizisnyj menedzhment v rossijskoj firme. //Aval'. (Sibirskaja finansovaja shkola).- 1998. № 11-12, s. 66-73

10. Savickaja, G. V. Analiz hozjajstvennoj dejatel'nosti predprijatija // 4-e izd., pererab. i dop. – Minsk: OOO «Novoe znanie», 2000, s. 416

11. Sal'kova M.V. Metodika analiza i prognozirovanija dejatel'nosti organizacii v celjah vyjavlenija i preduprezhdenija nesostojatel'nosti (bankrotstva) // Materialy VI Mezhdunarodnoj studencheskoj jelektronnoj nauchnoj konferencii «Studencheskij nauchnyj forum» URL: http://www.scienceforum.ru/2014/576/1184 (data obrashhenija: 02.09.2014).

12. Davydova G.V., Belikov A.Ju. Metodika kolichestvennoj ocenki riska bankrotstva predprijatij // Upravlenie riskom, 1999. № 3, s.13-20.

13. Baranovskaja T.P., Kovalenko A.V., Urtenov M.H., Karmazin V.N. Sovremennye matematicheskie metody analiza finansovo-jekonomicheskogo sostojanija predprijatija: monografija. KubGAU, 2009, 250 s.

14. Hiyama T., Sameshima T. Fuzzy logic control scheme for an-line stabilization of multi-machine power system // Fuzzy Sets and Systems, 1991, Vol. 39, P. 181– 94

15. Diligenskij N., V., Dymova L. G., Sevast'janov P. V. Nechetkoe Modelirovanie i mnogokriterial'naja optimizacija proizvodstvennyh sistem v uslovijah neopredelennosti: Tehnologija, Jekonomika, Jekologija M.: «Izdatel'stvo Mashinostroenie−1», 2004, 397 s.

16. Kofman A., Aluha H. Hil. Vvedenie teorii nechetkih mnozhestv v upravlenii predprijatiem. Minsk: Vysshaja shkola, 1992, 223 s

17. Deluca A., Termini S. A definition of a non-probabilistic entropy the of fuzzy sets theory // Information and Control, 1972, V. 20, № 4, P.301-312.

18. Harin Ju. S., Maljugin V. I., Kirlica V. P., Ljubach V. I., Hackevich G. A. Osnovy imitacionnogo i staticheskogo modelirovanija. Uchebnoe posobie – Mn.: Dizajn PRO, 1997, 288 s.
19. Patlasov O.Ju. Primenenie modelej i kriteriev Al'tmana v analize finansovogo sostojanija sel'hozpredprijatij]// "Finansovyj menedzhment" №6, 2006. [Jelektronnyj resurs] // – Rezhim dostupa: URL: http://dis.ru/library/699/26221/ (Data obrashhenija: 01.06.2014).
20. Kovalenko A. V. Matematicheskie modeli i instrumental'nye sredstva kompleksnoj ocenki finansovo-jekonomicheskogo sostojanija predprijatija: Dis. kand. jekon. nauk: 06.03.2009 / Kubanskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet. – Krasnodar, 2009, 235 s
21. Zhdanov V. Ju. Diagnostika riska bankrotstva promyshlennyh predprijatij: na primere predprijatij aviacionno-promyshlennogo kompleksa: Diss. kand. jekon. nauk: 08.00.05. — Moskva, 2012, 193 s.
22. Bamadio B. Kuzjakina M.V., Lebedev K.A. Ocenki kreditosposobnosti predprijatija na osnove pjatifaktornoj modeli Al'tmana pri ispol'zovanii apparata nechetkih mnozhestv i srednekvadratichnogo integral'nogo priblizhenija // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №10(104).
23. Bamadio B., Lebedev K.A. Programma dlja prinjatija reshenij po ocenke kreditosposobnosti predprijatij (PDMSC). Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlja JeVM № 2014660623 ot 20 oktjabrja 2014 g. V Federal'noj sluzhbe po intellektual'noj sobstvennosti, patentam i tovarnym znakam.
24. Konysheva L. K., Nazarov D. M. Osnovy teorii nechetkih mnozhestv / L.K. Konysheva, D. M. Nazarov. – SPb.: Piter, 2011, 192 s.
25. Zade L. Ponjatie lingvisticheskoj peremennoj i ego primenenie k prinjatiju priblizhennyh reshenij / L. Zade. – M.: Mir, 1976, 167 s.
26. Ibragimov. V. A Jelementy nechetkoj matematiki / V. A. Ibragimov, – Baku, AGNA, 2010, 392 s.
27. Buhgalterskaja otchetnost' predprijatija O.A.O. «Koncern Rosjenergoatom»: [Jelektronnyj resurs] // — Rezhim dostupa: URL:http://www.rosenergoatom.ru/partners/shareholdersAndInvestors/buh-otchet/ (Data obrashhenija: 01.10.2013).
28. Buhgalterskaja otchetnost' predprijatija O.A.O. «Teploset'»: [Jelektronnyj resurs] // — Rezhim dostupa: URL: http://stavteploset.ru/catalog/8/1/ (Data obrashhenija: 01.06.2014).
29. Buhgalterskaja otchetnost' predprijatija O.A.O. «Lenmoloko» (2013): [Jelektronnyj resurs] // — Rezhim dostupa: URL: http://www.len-moloko.spb.ru/documents/balance.html/ (Data obrashhenija: 01.10.2013).