

УДК 531.9+539.12.01

UDC 531.9+539.12.01

**СКОРОСТЬ ГРАВИТАЦИИ И
СВЕРХБЫСТРОЕ ДВИЖЕНИЕ В ОБЩЕЙ
ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

**THE SPEED OF GRAVITY AND HYPER-FAST
TRAVEL IN GENERAL RELATIVITY**

Трунев Александр Петрович
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.
Scopus Author ID: 6603801161
*Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто,
Канада*

Alexander Trunev
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.
Scopus Author ID: 6603801161
*Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto,
Canada*

Выведено уравнение параболического типа, описывающее эволюцию гравитационного поля в масштабе Солнечной системы, Галактики и кластера галактик. Дано решение задачи о метрике пространства-времени, совместной с постньютоновским приближением и метрикой расширяющейся Вселенной, и допускающей сверхбыстрое движение в теории гравитации Эйнштейна. Показано, что реализация движения зависит, в том числе, от основного состояния Вселенной, лимитирующего скорость движения. Из условия устойчивости метрики получен критерий предельной скорости движения материальных тел

The equation of parabolic type, describing the evolution of the gravitational field on the scale of the solar system, galaxy and cluster galaxies is derived from the Einstein equation. Space-time metric compatible with the post-Newtonian approximation and the metric of the expanding universe, and allowing hyper-fast travel in Einstein's theory of gravitation is considered. It is shown that the speed of hyper-fast travel depends on the implementation, including the parameters of ground state of the expanding universe. A criterion for the maximum speed of motion of material bodies has been proposed

Ключевые слова: ГРАВИТАЦИЯ, МЕТРИКА АЛКУБЕРРИ, ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, СВЕРХСВЕТОВОЕ ДВИЖЕНИЕ, ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ

Keywords: ALCUBIERRE METRIC, BLACK ENERGY, GENERAL RELATIVITY, GRAVITATION, SUPER-LUMINAL TRAVEL, WARP DRIVE

Введение

Вопрос о скорости гравитации [1-5] представляет большой интерес в связи с решением задачи о движении тел с произвольной скоростью в общей теории относительности [6-22]. Лаплас определил, что для устойчивости орбит в Солнечной системе необходимо, чтобы скорость гравитации была не менее чем $7 \cdot 10^6 c$ [1]. Ван Фландерн поставил более сильное ограничение для скорости гравитации — $c_g \geq 2 \cdot 10^{10} c$, на основе анализа движения двойного пульсара PSR1534+12 [2]. Хотя ограничение на скорость гравитации [1-2] носит экспериментальный, а не теоретический характер, тем не менее, оно было оспорено в работах [3-4] и других, перечисленных в [5].

Как известно, в общей теории относительности традиционно считается, что малые возмущения гравитационного поля распространяются со скоростью света [23-26]. Существует, однако, метрика [6], в которой физическое тело может двигаться сколь угодно быстро. Этот результат рассматривался как экзотический, требующий создания специальных условий [7-21]. Авторы [22] показали, что при соответствующем расширении общей теории относительности метрика [6] может быть реализована без привлечения экзотической материи. Но тогда возникает вопрос о скорости гравитации в общей теории относительности. Действительно, физическое тело не может двигаться в метрике [6] быстрее, чем возмущение метрики. Следовательно, оценка скорости гравитации [1-2], возможно, соответствует действительности.

Ранее в наших работах [27-32] и других было показано, что уравнения поля в общей теории относительности Эйнштейна могут быть приведены к гиперболическому, эллиптическому или параболическому типу. В настоящей работе исследована задача о движении тел в метрике типа [6] с учетом результатов [27-32]. Выведено уравнение параболического типа, описывающее распространение возмущений гравитационного поля, что является обобщением теории гравитации Ньютона-Пуассона на случай геометрии Римана с учетом кривизны пространства-времени.

Гравитационное поле и скорость гравитации

Уравнения гравитационного поля Эйнштейна имеют вид [23-26]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

$R_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ, G, c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно.

В общем случае имеют место соотношения

$$\begin{aligned} R_{ik} &= R_{ijk}^j, \quad R = g^{ik} R_{ik}, \\ R_{\beta\gamma\delta}^\alpha &= \frac{\partial \Gamma_{\beta\delta}^\alpha}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha}{\partial x^\delta} + \Gamma_{\beta\delta}^\mu \Gamma_{\mu\gamma}^\alpha - \Gamma_{\beta\gamma}^\mu \Gamma_{\mu\delta}^\alpha, \\ \Gamma_{jk}^i &= \frac{1}{2} g^{is} \left(\frac{\partial g_{sj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{sk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^s} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$R_{\beta\gamma\delta}^\alpha$ - тензор Римана, Γ_{kl}^i - символы Кристоффеля второго рода.

Уравнения движения материальной точки в гравитационном поле имеют вид [24-26]

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu \frac{dx^\nu}{ds} \frac{dx^\lambda}{ds} = 0 \quad (3)$$

Для дальнейшего нам понадобятся два типа метрики, описывающие постньютоновское приближение и расширение Вселенной соответственно, имеем [24]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2}{c^2} \varphi \right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2}{c^2} \varphi \right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (4)$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (5)$$

Здесь $\varphi = \varphi(t, x, y, z), a(t)$ - гравитационный потенциал и масштабный фактор соответственно. Отметим, что метрика (5), получившая название FLRW, широко используется в космологии.

Ниже всюду, где это не оговаривается, положим $c=1$, рассмотрим обобщение метрик (4)-(5) в форме

$$ds^2 = e^{h(t,x,y,z)} dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) e^{-h(t,x,y,z)} \quad (6)$$

$$ds^2 = dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) e^{-f(t,x,y,z)} \quad (7)$$

Здесь $f = f(t, x, y, z), h = h(t, x, y, z)$ - некоторые функции, которые определим из уравнений (1). Было показано, что в двумерном случае в метриках типа (6) уравнения поля приводятся к эллиптическому или параболическому типу [27-32]. Покажем, что это справедливо и в многомерном случае. Действительно, в метрике (6) тензор Эйнштейна

$G_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R$ приводится к виду

$$\begin{aligned}
 G_{00} &= e^{2h} \nabla^2 h - \frac{1}{4} e^{2h} (\nabla h)^2 + \frac{3}{4} (h_t)^2 \\
 G_{0k} &= G_{k0} = \partial_{0k}^2 h - \frac{1}{2} \partial_0 h \partial_k h, \quad k = 1, 2, 3. \\
 G_{11} &= e^{-2h} h_{tt} - \frac{5}{4} e^{-2h} (h_t)^2 + \frac{1}{4} (h_y^2 + h_z^2 - h_x^2) \\
 G_{22} &= e^{-2h} h_{tt} - \frac{5}{4} e^{-2h} (h_t)^2 + \frac{1}{4} (h_x^2 + h_z^2 - h_y^2) \\
 G_{33} &= e^{-2h} h_{tt} - \frac{5}{4} e^{-2h} (h_t)^2 + \frac{1}{4} (h_y^2 + h_x^2 - h_z^2) \\
 G_{ik} &= G_{ki} = -\frac{1}{2} \partial_i h \partial_k h, \quad i, k = 1, 2, 3; i \neq k.
 \end{aligned} \tag{8}$$

В соответствии с общей идеей перехода от теории Эйнштейна к теории Ньютона-Пуассона мы должны положить в первом приближении [24-26, 33]

$$G_{00} = \nabla^2 h = \frac{2}{c^2} \nabla^2 \varphi = \frac{8\pi G}{c^4} \rho c^2 \rightarrow \nabla^2 \varphi = 4\pi G \rho \tag{9}$$

Здесь обозначено ρ – плотность материи. Остальные компоненты тензора Эйнштейна (8) в этом приближении следует положить равными нулю. Однако и в любом приближении можно без ограничения общности считать, что единственный потенциал метрики (6) определяется из уравнения типа (9), которое, с учетом первого выражения (8) представим в виде

$$G_{00} = e^{2h} \nabla^2 h - \frac{1}{4} e^{2h} (\nabla h)^2 + \frac{3}{4c^2} (h_t)^2 = \frac{8\pi G}{c^4} T_{00} \tag{10}$$

Остальные компоненты тензора Эйнштейна позволяют определить компоненты тензора энергии тензора энергии-импульса, которые не могут быть заданы произвольно в метрике (6). Так, например, если тензор энергии-импульса описывает течение жидкости, то уравнения Эйнштейна (1) позволяют определить поле скорости течения, без использования гидродинамических уравнений [30].

Отметим, что уравнение (10) имеет параболический тип. Его основные свойства были изучены в работах [30-32]. Используя уравнение (10), можно оценить эффект скорости движения источника гравитации на устойчивость орбит [1-2]. Полагая в (10) $h = 2\varphi(\mathbf{r} - \mathbf{u}t)/c^2$, имеем

$$\frac{3}{4c^2}(h_t)^2 = \frac{3}{c^6}(\mathbf{u} \cdot \nabla \varphi)^2 \quad (11)$$

Из анализа выражения (11) следует, что, во-первых, эффект является квадратичным по скорости движения, во-вторых, эффект зависит от квадрата потенциала. Используя связь скорости и потенциала при движении по орбите $u^2 \approx \varphi$, находим, что возмущение гравитационного потенциала при движении тел по орбите имеет порядок u^4/c^4 , что в случае Земли составит 10^{-16} . Это на 12 порядков меньше, чем предполагалось в теории Лапласа [1] или в модели [2], где эффект запаздывания гравитации оценивался линейным слагаемым $\sim u/c$.

Отметим, что в работе [3] было показано, что эффект запаздывания гравитации в случае орбитального движения составляет $\sim u^3/c^3$, а в случае гравитационного излучения двойного пульсара PSR1534+12 порядка u^5/c^5 . Отсюда автор [3] приходит к выводу, что скорость гравитации совпадает со скоростью света.

Однако вопрос о скорости гравитации в метрике (6) получает иное решение. Поскольку уравнение (10) имеет параболический тип, то скорость

гравитации не ограничена скоростью света и теоретически может быть сколь угодно большой. Таким образом, уравнение (10) позволяет объяснить не только оценку скорости гравитации [1-2], но и движение со сверхсветовой скоростью [6-22] в общей теории относительности. Отметим, что сам факт наличия параболических уравнений среди уравнений поля Эйнштейна является принципиальным для теории относительности. Это позволяет, например, вывести уравнение Шредингера из уравнений гравитационного поля [30].

Возникает вопрос, что же тогда лимитирует скорость движения? Для ответа на этот вопрос рассмотрим метрику (7). Тензор Эйнштейна в этой метрике имеет вид

$$\begin{aligned}
 G_{00} &= e^f \nabla^2 f - \frac{1}{4} e^f (\nabla f)^2 + \frac{3}{4} (f_t)^2 \\
 G_{0k} &= G_{k0} = \partial_{0k}^2 f, \quad k = 1, 2, 3. \\
 G_{11} &= e^{-f} f_{tt} - \frac{3}{4} e^{-f} (f_t)^2 + \frac{1}{4} f_x^2 - \frac{1}{2} f_{yy} - \frac{1}{2} f_{zz} \\
 G_{22} &= e^{-f} f_{tt} - \frac{3}{4} e^{-f} (f_t)^2 + \frac{1}{4} f_y^2 - \frac{1}{2} f_{xx} - \frac{1}{2} f_{zz} \\
 G_{33} &= e^{-f} f_{tt} - \frac{3}{4} e^{-f} (f_t)^2 + \frac{1}{4} f_z^2 - \frac{1}{2} f_{yy} - \frac{1}{2} f_{xx} \\
 G_{ik} &= G_{ki} = \frac{1}{4} \partial_i f \partial_k f + \frac{1}{2} \partial_{ik}^2 f, \quad i, k = 1, 2, 3; i \neq k.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Сравнивая выражения (8) и (12), находим, что в случае расширения Вселенной возмущения метрики могут определяться как параболическим уравнением типа (10), так и волновым уравнением, описывающим цилиндрические гравитационные волны, которые распространяются со скоростью света [34-36]. Какой именно тип возмущений преобладает в большом масштабе, можно решить только на основе экспериментальных данных.

Можно предположить, что в галактиках и кластерах галактик все еще преобладают возмущения, которые описываются параболическим уравнением типа (10), поскольку соответствующие метрики приводят к уравнениям поля, содержащим трехмерный оператор Лапласа [37-38]. Движение Солнечной системы относительно различных центров притяжения было рассмотрено в работе [31]. Было установлено, что влияние расширения Вселенной должно сказываться на орбитальном движении Солнца через ускорение, ортогональное к плоскости Галактики. По порядку величины это ускорение определяется параметром Хаббла в виде $Hc/2 \approx 3.3 \cdot 10^{-10} m/s^2$. Если метрика (6) переходит в метрику (7) при увеличении масштаба, то эффект расширения Вселенной может сказываться непосредственно через производную $h_i \sim f_i \sim H$.

Интегрируя уравнение (10) вплоть до «границы» Вселенной, находим, что вклад нестационарного слагаемого в гравитационный потенциал определяется величиной $2\delta\varphi \sim f_i^2 L^2 \sim H^2 L^2$. Соответствующее ускорение составит $\delta\varphi/L \sim H^2 L/2$, что при выборе «границы» Вселенной из условия $HL = c$, приводит к указанной выше оценке из работы [31].

Таким образом, регистрация ускорения Солнечной системы в направлении ортогональном к плоскости Галактики позволит ответить на вопрос о предельной величине скорости гравитации. Если это ускорение действительно существует и по порядку величины совпадает с полученной в [31] оценкой $Hc/2 \approx 3.3 \cdot 10^{-10} m/s^2$, то это будет свидетельствовать о выполнении уравнения типа (10) и о возможности описания движения в Солнечной системе, в Галактике и в Метагалактике на основе метрики (6).

Действительно, метрика (6) согласована как с теорией Ньютона-Пуассона, так и с моделью расширяющейся Вселенной. Одним из наблюдаемых следствий этой метрики является наличие развитого течения при произвольном выборе начала координат. Движение небесных тел в Солнечной системе, звезд в Галактике и галактик в суперкластере не противоречит этому утверждению.

Сверхбыстрое движение в общей теории относительности

Рассмотрим движение тела в метрике [6]

$$ds^2 = -dt^2 + [dx - v_s(t)f_A(r_s)dt]^2 + dy^2 + dz^2$$

$$v_s = \frac{dx_s}{dt}, r_s = \sqrt{(x - x_s)^2 + y^2 + z^2} \quad (13)$$

Предполагается, что тело снабжено устройством, способным управлять метрикой пространства-времени, в частности, путем задания произвольной функции в метрике (13) в виде

$$f_A(r_s) = \frac{\tanh[\sigma(r_s + R)] - \tanh[\sigma(r_s - R)]}{2 \tanh(\sigma R)} \quad (14)$$

Здесь σ, R - некоторые параметры. Было показано [6-22], что метрике (13) тело может двигаться с произвольной скоростью, совершая сверхбыстрое перемещение между заданными точками пространства-времени. Этот неожиданный результат, казалось бы, находится в противоречии с основными положениями теории относительности [24-26], одним из которых является ограничение скорости перемещения материального тела скоростью света. Многочисленные обсуждения этого вопроса содержатся в работах [6-22] и других.

Учитывая полученные выше результаты, связанные с определением скорости гравитации в метриках (6) и (7), можно сформулировать новую

концепцию движения материальных тел в общей теории относительности. Действительно, уравнение (10) содержит скорость света как параметр, однако никакого ограничения на скорость гравитации этот параметр не накладывает. Если же скорость гравитации не ограничена, то почему тогда должна быть ограничена скорость движения материальных тел в метрике (6)?

Как известно, фундаментальное ограничение на скорость перемещения материальных тел возникает в электродинамике в связи с преобразованиями Лоренца [24-26]. Но в случае уравнений Эйнштейна (1) преобразования координат могут быть любыми [23-26, 35], поэтому преобразования Лоренца ничем не выделены и не могут приводить к каким-либо ограничениям на скорость перемещения тел.

В этом смысле метрика [6] является лишь одним из множества примеров организации пространства-времени для сверхбыстрого перемещения тел в общей теории относительности [22]. Недостатком модели [6] является ограничение, накладываемое на величину плотности энергии, что вытекает из вида тензора Эйнштейна в метрике (13)

$$G^{00} = -\frac{(y^2 + z^2)v_s^2 f_A'^2}{4r_s^2} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{00} \quad (15)$$

По этой причине метрика (13) рассматривалась как экзотическая, требующая для своей реализации материи, обладающей отрицательной плотностью энергии. В этой связи заметим, что метрика пузыря типа (13), вообще говоря, является естественной метрикой адронов [37]. Поэтому для реализации такой метрики в макроскопическом масштабе может потребоваться большая плотность энергии [22].

Моделирование сверхбыстрого движения

Рассмотрим движение материального тела в метрике (6). В общем случае возмущение пространства-времени при движении произвольного тела описывается уравнением (10). Приведем уравнение (10) к квазилинейному виду. Для этого запишем его в форме

$$\nabla^2 h - \frac{1}{4}(\nabla h)^2 + \frac{3}{4c^2} e^{-2h} (h_t)^2 = \frac{8\pi G}{c^4} e^{-2h} T_{00} \quad (16)$$

Продифференцируем все части уравнения (16) по времени, тогда получим

$$\nabla^2 U - \frac{1}{2}(\nabla h \cdot \nabla U) + \frac{3}{2c^2} e^{-2h} (UU_t - U^3) = \frac{8\pi G}{c^4} (e^{-2h} T_{00})_t \quad (17)$$

Здесь обозначено $U = h_t$. Уравнение (10) является квазилинейным параболическим уравнением с переменным направлением времени [31-32, 38-40].

Отметим, что хотя в математической литературе уравнение типа (17) называют параболическим уравнением с переменным направлением времени, в общей теории относительности такая терминология не только неприемлема, но и противоречит физическому смыслу уравнения (17), которое меняет тип при изменении знака функции $U = h_t$, тогда как знак времени остается постоянным.

Без ограничения общности положим в уравнении (17)

$$\frac{8\pi G}{c^4} (e^{-2h} T_{00})_t = \partial q(x - x_s(t), y, z) / \partial t \quad (18)$$

Здесь $q(x - x_s(t), y, z)$ – некоторая функция, описывающая локализацию материального тела. Ниже мы рассмотрим функцию вида

$$\begin{aligned} q &= q_0 \exp[-(x - x_s)^2 - y^2 - z^2] \\ \frac{\partial q}{\partial t} &= -2[x - x_s(t)]q v_s(t) \end{aligned} \quad (19)$$

Заметим, что производная функции (19) практически воспроизводит аналогичную функцию (15) из работы [6], хотя имеет иной физический смысл. В этом случае плотность распределения материи всегда можно считать положительной, но движение тела должно быть согласовано с изменением метрики окружающего пространства согласно уравнению (17). Другое отличие метрики (6) от метрики (13) заключается в том, что в силу уравнения (17) следует поставить условия на бесконечности для функции $U = h_t$. Соответствующая метрика, очевидно, описывает расширяющуюся Вселенную, в не плоское пространство Минковского, как в метрике (13).

Для уравнения (17) можно сформулировать задачу в ограниченной области с начальными данными и периодическими граничными условиями:

$$\begin{aligned} U(0, x, y, z) &= U_0 < 0, \quad -L \leq x, y, z \leq L, \\ U(t, -L, y, z) &= U(t, L, y, z), \quad U(t, x, -L, z) = U(t, x, L, z), \\ U(t, x, y, -L) &= U(t, x, y, L), \quad 0 < t \leq T. \end{aligned} \quad (20)$$

Первое условие (20) означает, что в начальный момент времени невозмущенная метрика соответствует расширяющейся Вселенной, а не плоскому пространству Минковского, как предполагается в [6-22].

Решение задачи (17), (20) существенно зависит от выбора функции $v_s(t)$. Для практических приложений представляют интерес замкнутые траектории, которые будем моделировать периодической функцией

$$x_s(t) = a[1 - \cos(\omega t)], \quad v_s(t) = a\omega \sin(\omega t) \quad (21)$$

Полагая последовательно $a = 4, 8, 12$; $\omega = \pi$, находим, что замкнутое движение осуществляется за время $t = T = 2$ с максимальным удалением от точки старта на расстояние $x = 2a = 8, 16, 24$ соответственно. В некоторой области пространства-времени тело движется со сверхсветовой скоростью, максимум которой составляет $v_s / c = a\omega = 4\pi, 8\pi, 12\pi$ соответственно.

На рис. 1-3 представлены результаты моделирования движения материального тела по замкнутой траектории (21) в метрике (6) на основе модели (17) и (20) с плотностью распределения материи (18). Нестационарная задача интегрировалась численно в трехмерной области на основе стандартной программы решения уравнений в частных производных NDSolve в системе Mathematica 9. Над каждым рисунком указаны значения параметров $q_0 = 10^{-4}, 10^{-4}, 5 \cdot 10^{-5}; a = 4, 8, 12$, использованных в данном варианте. Во всех расчетах начальное значение невозмущенной метрики полагалось равным $U_0 = -10^{-2}$.

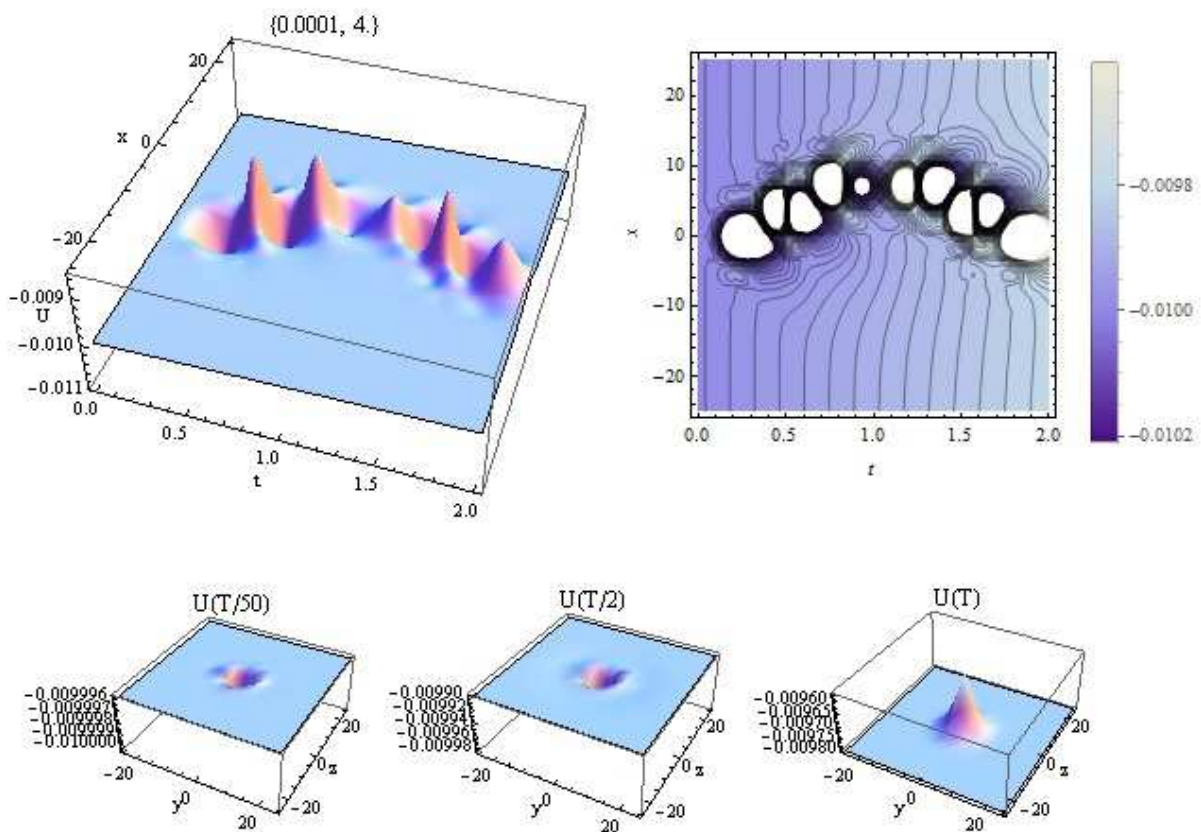


Рис. 1. Отображение движения тела в метрике (6) на основе четырехмерной модели (17): $a = 4; \omega = \pi; q_0 = 10^{-4}, U_0 = -10^{-2}$.

Для точного выполнения граничных условий (20) были рассмотрены варианты с двумя телами, движущимися симметрично относительно плоскости $x = 0$ - рис. 4, что моделируется функцией

$$q = q_0 \exp[-(x - x_s)^2 - y^2 - z^2] + q_0 \exp[-(x + x_s)^2 - y^2 - z^2] \quad (22)$$

Поскольку точность численного решения на основе четырехмерных уравнений ограничена вычислительными ресурсами, были рассмотрены варианты расчетов на основе трехмерных и двумерных уравнений – рис. 5-6. Следует заметить, что при расчетах по двумерной модели траектория движения отображается в метрике как непрерывный ряд возмущений – рис. 6. В многомерной модели движение отображается дискретно, что соответствует шагу по времени в численной модели – рис. 1-5.

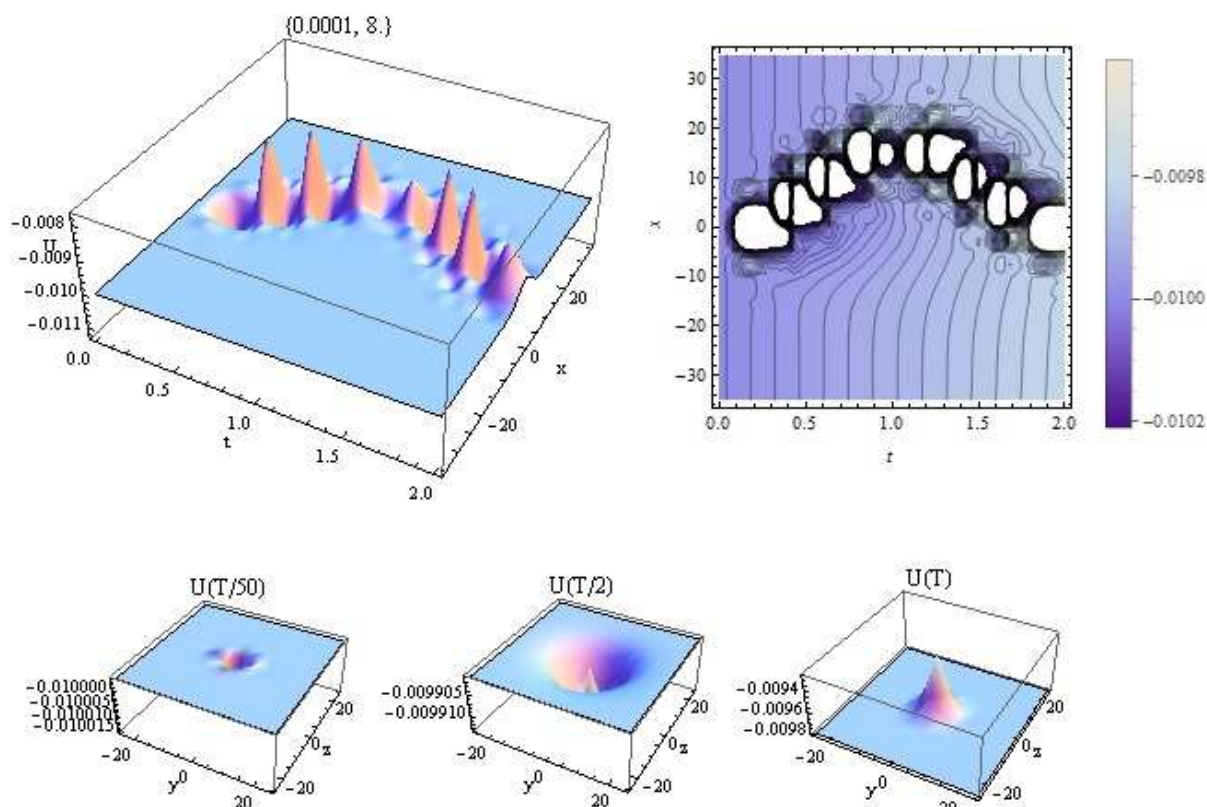


Рис. 2. Отображение движения тела в метрике (6) на основе трехмерной модели (17): $a = 8; \omega = \pi; q_0 = 10^{-4}, U_0 = -10^{-2}$.

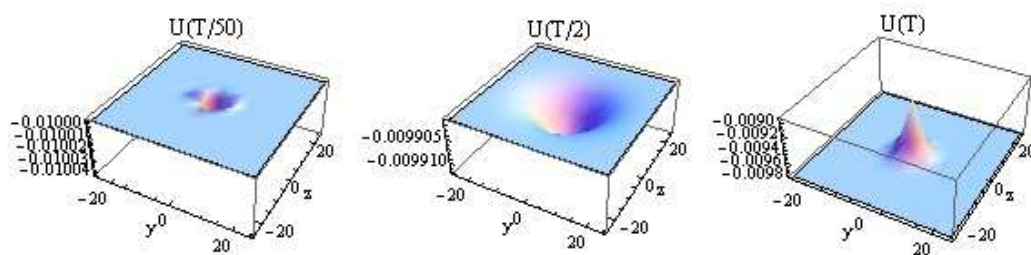
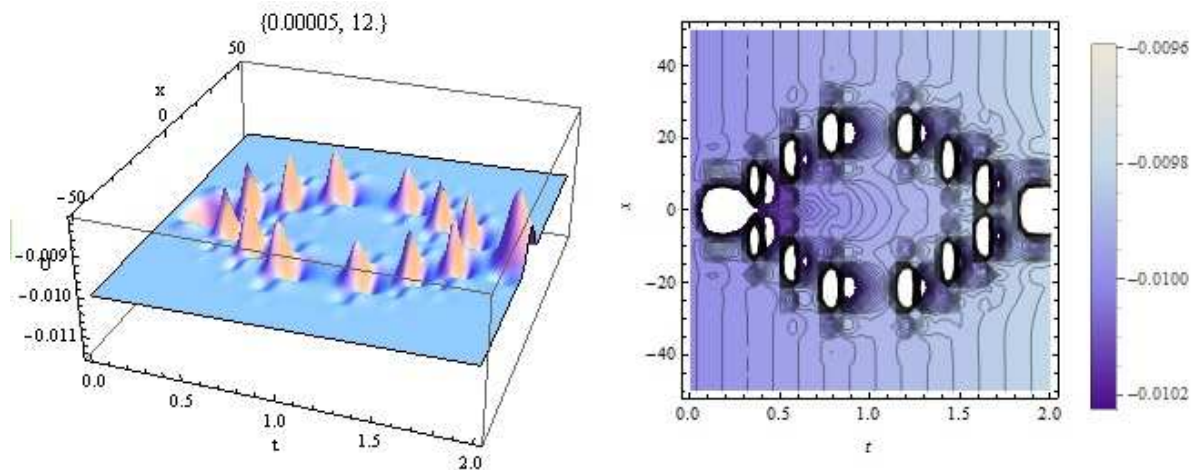


Рис. 3. Отображение движения тела в метрике (6) на основе четырехмерной модели (17): $a = 12; \omega = \pi; q_0 = 5 \cdot 10^{-5}, U_0 = -10^{-2}$.

Из анализа данных, приведенных на рис. 1-3, следует, что изменение параметра метрики $U = h_t$ происходит с положительным знаком на одной части траектории и с отрицательным знаком на другой. Поэтому для произведения параметров $aq_0\omega$ можно сформулировать ограничение, которое вытекает из условия устойчивости решения задачи: $U < 0$. В приведенных на рис. 1-6 данных численных расчетах условие $U < 0$ не нарушалось. Отметим,

что при нарушении условия $U < 0$ возникает неустойчивость – рис. 7, ведущая к развитию геометрической турбулентности [31-32].

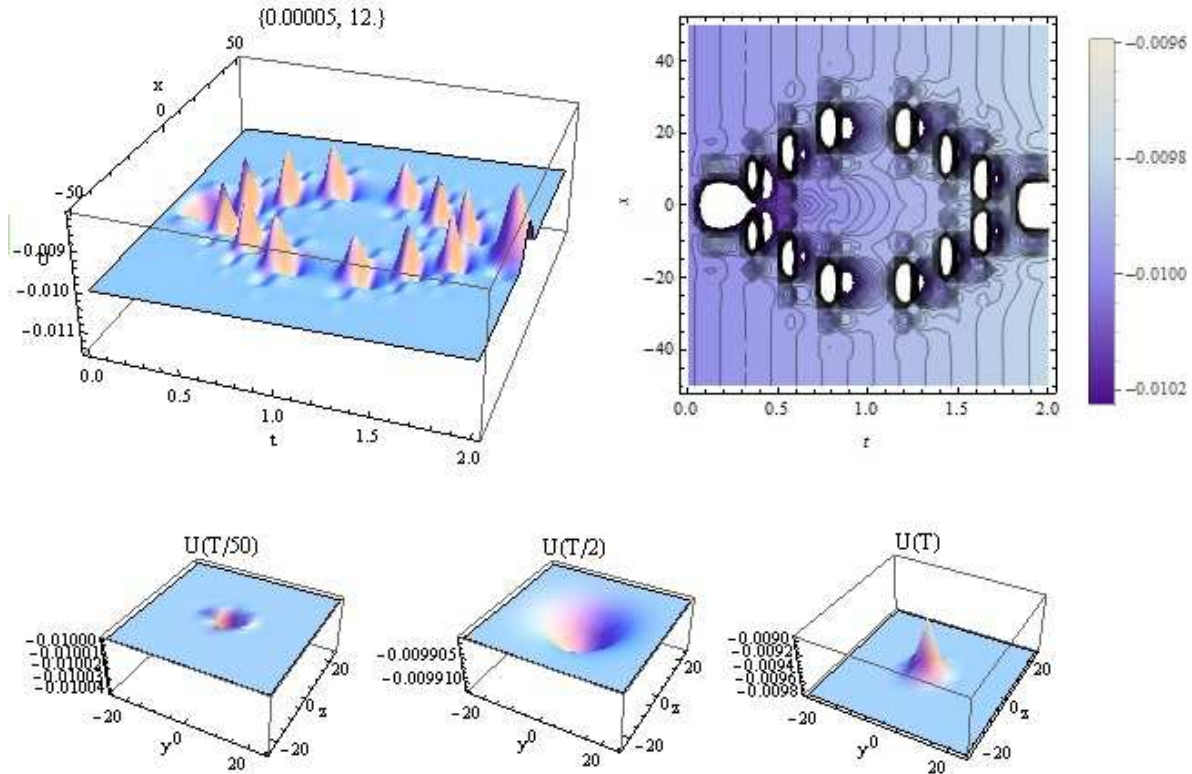


Рис. 4. Отображение движения двух тел в метрике (6) на основе четырехмерной модели (17): $a = 12; \omega = \pi; q_0 = 5 \cdot 10^{-5}, U_0 = -10^{-2}$.

Наличие ограничения $U < 0$ приводит к ограничению на скорость движения. Однако это ограничение связано не со скоростью света, а со скоростью расширения Вселенной. Такого рода ограничение имеет простой физический смысл: возмущение метрики при движении материальных тел не должно приводить к изменению основного закона Вселенной. Здесь в качестве основного закона выступает закон расширения Вселенной, который моделируется на основе уравнения (1) и метрики FRW [41].

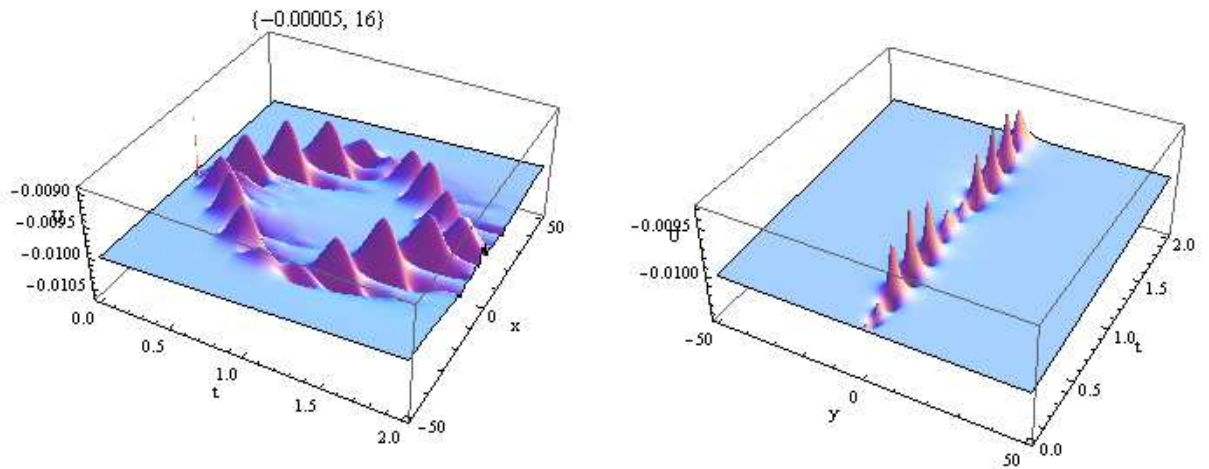


Рис. 5. Отображение движения двух тел в метрике (6) на основе трехмерной модели (17): $a = 16; \omega = \pi; q_0 = 5 \cdot 10^{-5}, U_0 = -10^{-2}$. На правом рисунке представлены изменения параметра метрики $U = h_t$ вдоль траектории движения.

Для нахождения ограничения на скорость движения рассмотрим оценку, которая вытекает из уравнения (17)

$$\nabla^2 U \sim \frac{U_0}{L_0^2} \sim \frac{8\pi G \rho v_s}{c^2 L_0} \rightarrow \frac{v_s}{c} \sim \frac{8c\pi U_0 L_0^2}{Gm} \quad (23)$$

Здесь L_0 - характерный размер тела, который принят равным единице в приведенных на рис. 1-6 данных, $m = \rho L_0^3$ - масса тела. Используя приведенную выше оценку $U_0 c \sim Hc \approx 6.6 \cdot 10^{-10} m/s^2$ и стандартное значение гравитационной постоянной $G = 6.67384 \cdot 10^{-11}$, находим

$$\frac{v_s}{c} \sim \frac{8c\pi U_0 L_0^2}{Gm} \approx 249 L_0^2 / m \quad (24)$$

В оценке (24) фигурирует размер тела в метрах и масса тела в килограммах. Следовательно, отправляемое в полет тело должно иметь сравнительно небольшую массу и большой размер, что хорошо согласуется с

метрикой пузыря [6-22]. Разумеется, что звездолет должен быть снабжен соответствующим устройством для изменения метрики пространства-времени.

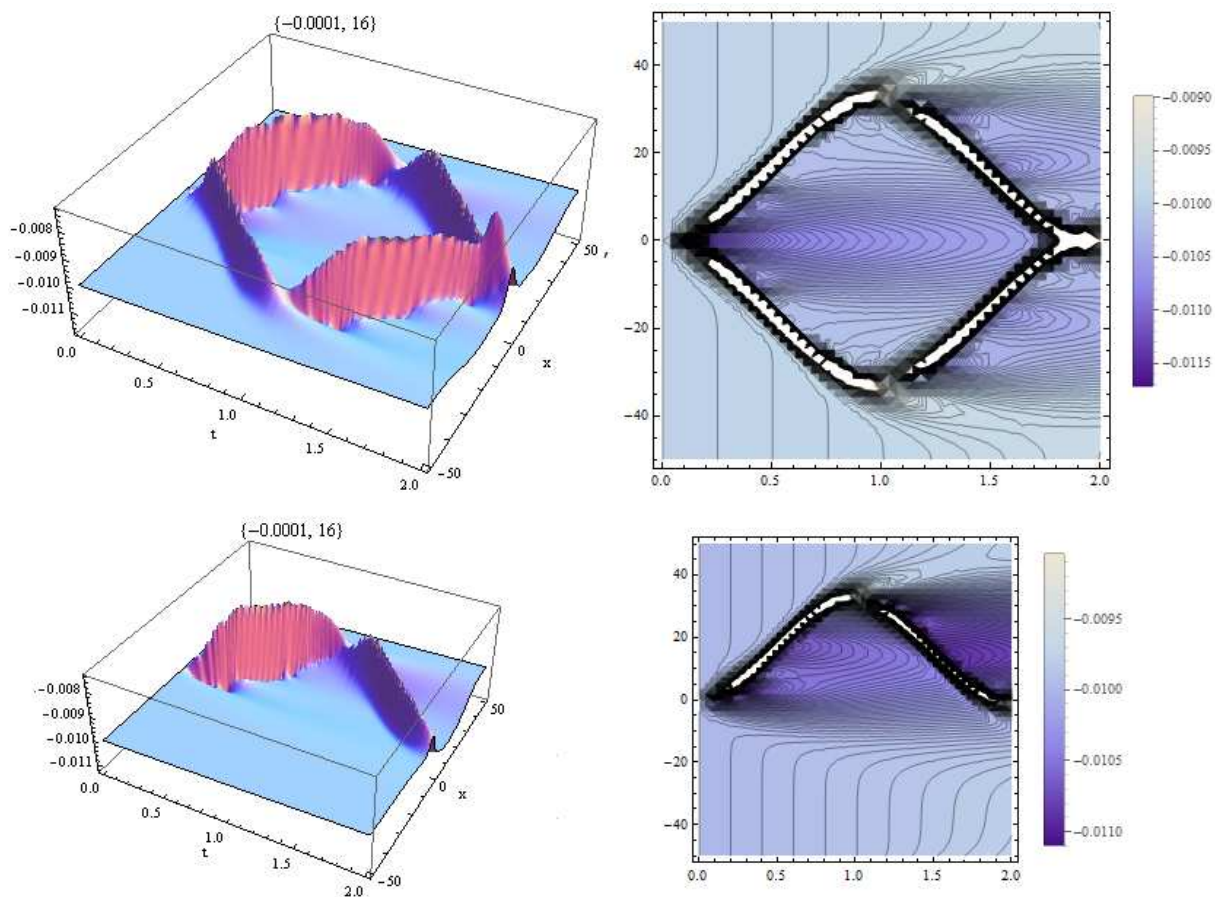


Рис. 6. Отображение движения тел в метрике (6) на основе одномерной модели (17): $a = 16; \omega = \pi; q_0 = 10^{-4}, U_0 = -10^{-2}$.

Таким образом, установлено, что скорость сверхбыстрого движения материальных тел ограничена сверху параметром расширения Вселенной $Hc \approx 6.6 \cdot 10^{-10} m/s^2$. При нарушении ограничения на скорость движения

(24) возникает неустойчивость модели (17), что ведет к развитию геометрической турбулентности [31-32].

На рис. 7 приведены данные моделирование развития неустойчивости, полученные в рамках четырехмерной численной модели при $a = 12; \omega = \pi; q_0 = 10^{-3}, U_0 = -10^{-2}$. Из приведенных данных следует, неустойчивость развивается достаточно длительное время, составляющее около трети от полного периода движения. Следовательно, в таком режиме можно перемещать тело большой массы на достаточно большое расстояние, пока амплитуда возмущений метрики не достигнет критического значения.

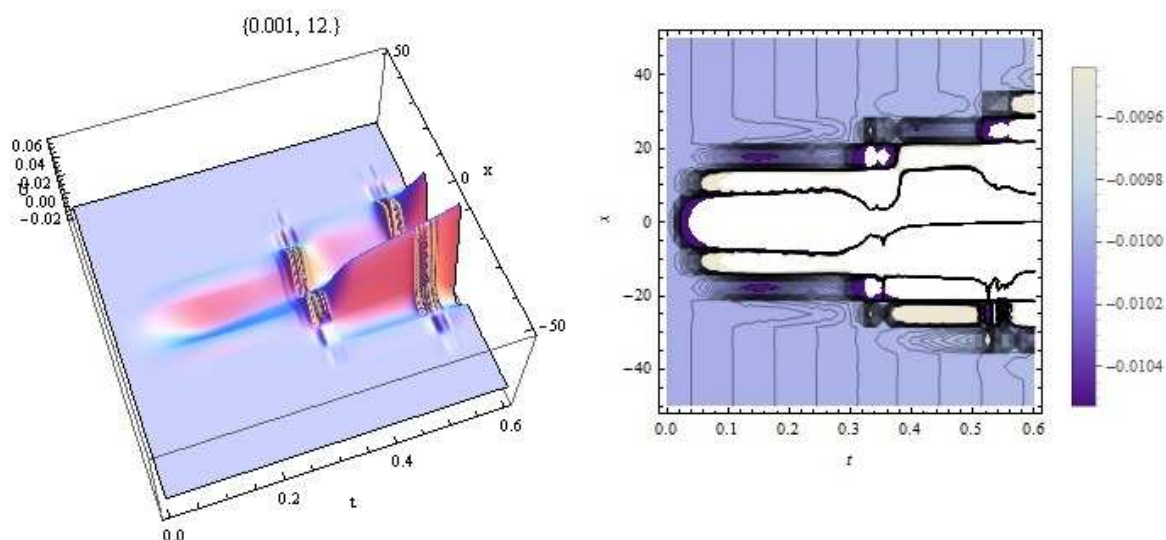


Рис. 7. Развитие неустойчивости в модели (17) при движении двух тел в метрике (6). Расчеты выполнены на основе четырехмерной модели (17): $a = 12; \omega = \pi; q_0 = 10^{-3}, U_0 = -10^{-2}$.

Отметим, что для протона и других ядер критерий устойчивости принимает вид

$$\frac{v_s}{c} \leq 0.62 / A^{1/3} \quad (25)$$

Здесь A – число нуклонов в ядре.

Следовательно, при ускорении протонов и тяжелых ядер до скорости выше, чем (25), должно наблюдаться возмущение метрики пространства-времени в форме геометрической турбулентности. Известно, что в экспериментах на встречных пучках при соударении протонов, а также тяжелых ядер золота и свинца возникают турбулентные струи кварк-глюонной плазмы [42]. Возможно, что в процессах зарождения турбулентности такого типа определенную роль играет геометрическая турбулентность.

Возникает вопрос, если при ускорении атомов до скорости света возникает геометрическая турбулентность, то не приведет ли это к разрушению материального тела? Чтобы ответить на этот вопрос, запишем уравнение (16) для пустого пространства в виде

$$\nabla^2 h = \frac{1}{4}(\nabla h)^2 - \frac{3}{4c^2}e^{-2h}(h_t)^2 \quad (26)$$

В случае геометрической турбулентности можно выполнить осреднение всех членов уравнения (26), в результате получим

$$\nabla^2 \langle h \rangle = \frac{1}{4}\langle (\nabla h)^2 \rangle - \frac{3}{4c^2}\langle e^{-2h}(h_t)^2 \rangle \quad (27)$$

Отсюда следует, что при наличии геометрической турбулентности средние параметры метрики в пустом пространстве определяются турбулентными пульсациями. Иначе говоря, для создания макроскопического гравитационного поля не требуется материя. Достаточно предположить, что существуют микроскопические пульсации метрики. Тогда в силу уравнения (27) пульсации производят такой же эффект, как и распределенная темная материя.

Это означает, что микроскопическая геометрическая турбулентность, производимая атомными ядрами, приводит в макроскопическом масштабе к дополнительной гравитации, а не к разрушению тела. С другой стороны, на

микроскопическом уровне геометрическая турбулентность существует даже в случае неподвижных ядер в силу наличия движения отдельных частиц в ядрах [37].

Наконец, заметим, что сделанные выше оценки и расчеты не противоречат принципу относительности, хотя движение осуществляется со скоростью, значительно превосходящей скорость света. Используемая нами метрика (6) согласована как с метрикой (4), описывающей постньютоновское приближение, так и с метрикой (5), описывающей расширение Вселенной. Получена оценка (23)-(24) предельной скорости движения в метрике (6), которая зависит от скорости расширения Вселенной, массы и размера тела. Следовательно, скорость движения материальных тел в метриках типа [6] ограничена критерием (24), хотя теоретически эта скорость может превышать скорость света [6-22].

Литература

1. P. S. Laplace.— *Mecanique celeste*, 4, livre X. Paris, 1805; *A Treatise in Celestial Mechanics*, Volume IV, Book X, Chapter VII, translated by N. Bowditch, Chelsea, New York, 1966.
2. Flandern T. V. The Speed of Gravity: What The Experiments Say?// *Phys. Lett. A* 250 1-11, 1998.
3. Carlip S. Aberration and the Speed of Gravity// *Phys. Lett. A* 267 81-87, 2000.
4. G.E. Marsch, C. Nissim-Sabat, "Comments on 'The speed of gravity'", *Phys. Lett. A* 262:103-106, 1999.
5. Zhu Y. Measurement of the speed of gravity// *Chinese Phys. Lett.* 2011, 28: 070401. arXiv: 1108.3761v3,v4.
6. M. Alcubierre. The warp drive: hyper-fast travel within general relativity//*Class.Quant.Grav.* 11, L73 (1994), gr-qc/0009013.
7. S. Krasnikov. Hyperfast Interstellar Travel in General Relativity//*Phys.Rev. D* 57, 4760 (1998), gr-qc/9511068.
8. J. Natario. Warp Drive With Zero Expansion//*Class. Quant. Grav.* 19, 1157 (2002), gr-qc/0110086.
9. K. D. Olum. Superluminal travel requires negative energies// *Phys. Rev. Lett.* 81, 3567 (1998), gr-qc/9805003.
10. C. Van Den Broeck. A 'warp drive' with more reasonable total energy requirements //*Class. Quant. Grav.* 16, 3973 (1999), gr-qc/9905084.

11. C. Clark, W. A. Hiscock, and S. L. Larson. Null geodesics in the Alcubierre warp drive spacetime: the view from the bridge//Class. Quant. Grav. 16, 3965 (1999), gr-qc/9907019.
12. P. F. Gonzalez-Diaz. On the warp drive space-time//Phys. Rev. D62, 044005 (2000), gr-qc/9907026.
13. M. J. Pfenning and L. Ford. The unphysical nature of "Warp Drive"//Class. Quant. Grav. 14, 1743 (1997), gr-qc/9702026.
14. H. G. White. A Discussion on space-time metric engineering//General Relativity and Gravitation 35, 2025 (2003).
15. F. S. Lobo and M. Visser. Fundamental limitations on "warp drive" spacetimes//Class. Quant. Grav. 21, 5871 (2004), gr-qc/0406083.
16. P. F. Gonzalez-Diaz. Superluminal warp drive//Phys.Lett. B653, 129 (2007).
17. P. F. Gonzalez-Diaz. Superluminal warp drive and dark energy//Phys.Lett. B657, 15 (2007).
18. S. Finazzi, S. Liberati, and C. Barcelo. Semiclassical instability of dynamical warp drives//Phys. Rev. D79, 124017 (2009), arXiv:0904.0141 [gr-qc].
19. C. Barcelo, S. Finazzi, and S. Liberati. On the impossibility of superluminal travel: the warp drive lesson//arXiv:1001.4960 [gr-qc], 27 Jan 2010.
20. T. Muller and D. Weiskopf. Detailed study of null and time-like geodesics in the Alcubierre Warp spacetime//Gen. Rel. Grav. 44, 509 (2012), arXiv:1107.5650 [gr-qc].
21. B. McMonigal, G. F. Lewis, and P. O'Byrne. The Alcubierre Warp Drive: On the Matter of Matter//Phys.Rev. D85, 064024 (2012), arXiv:1202.5708 [gr-qc].
22. Gabriele U. Varieschi, Zily Burstein. Conformal Gravity and the Alcubierre Warp Drive Metric//arXiv:1208.3706v1 [gr-qc] 17 Aug 2012.
23. Albert Einstein. Uber Gravitationwellen// Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1918, 1, 154—167. .
24. Ландау Л. Д, Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т.2. Теория поля. – 7 изд. – М.: Наука. - 1988. - стр. 329-330; L. D. Landau and E. M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields. Pergamon, New York, second edition, 1962.
25. В.А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения (2-е изд.). – М.: ГИФМЛ, 1961.
26. Steven Weinberg. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.
27. Трунев А.П. Гравитационные волны и стационарные состояния квантовых и классических систем// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №03(097). – IDA [article ID]: 0971400090. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/90.pdf>
28. Трунев А.П. Гравитационные волны и квантовая теория Шредингера// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №02(096). С. 1189 – 1206. – IDA [article ID]: 0961402081. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/02/pdf/81.pdf>
29. Трунев А.П. Атом Шредингера и Эйнштейна// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №03(097). – IDA [article ID]: 0971400094. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/90.pdf>

30. Трунев А.П. О представлении решений уравнений Навье-Стокса в общей теории относительности// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №04(098). С. 1566 – 1587. – IDA [article ID]: 0981404111. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/04/pdf/111.pdf>
31. Трунев А.П. Гравитационное поле в окрестности звезды и геометрическая турбулентность// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №05(099). С. 1566 – 1587. – IDA [article ID]: 0981404111. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/05/pdf/111.pdf>
32. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №05(099). С. 1566 – 1587. – IDA [article ID]: 0981404111. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/05/pdf/111.pdf>
33. Todd A. Oliynyk. Cosmological Newtonian limit//arxiv: 1307.6281v3, 4 Jun 2014.
34. A. Einstein, N. Rosen. On Gravitational Waves// J. Franklin Inst., 1937, 223, 43-54.
35. A.Z. Petrov. New methods in general relativity. - Moscow: Nauka, 1966.
36. Трунев А.П. Общая теория относительности и метрики неоднородной вращающейся Вселенной// Научный журнал КубГАУ, 2014. – №01(095). С. 486-510. – IDA [article ID]: 0951401026. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/26.pdf>
37. Trunev AP. Dynamics of quarks in the hadrons metrics with application to the baryon structure // Poly-thematic electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (Journal KubGAU) [electronic resource]. - Krasnodar KubGAU, 2013. - № 01 (085). P. 525 - 542. - Mode of access: <http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/42.pdf>
38. Яненко Н. Н., Новиков В. А. Об одной модели жидкости со знако-переменным коэффициентом вязкости // Численные методы механики сплошной среды, № 2, 1973.
39. Ларькин Н. А., Новиков В. А., Яненко Н. Н. Нелинейные уравнения переменного типа. М., 1983.
40. Пятков С.Г. Краевые задачи для некоторых классов сингулярных параболических уравнений//Математические труды, т. 6., №2б 114-208, 2003.
41. Planck Collaboration: Cosmological parameters. – Plank 2013 results, Astronomy & Astrophysics manuscript, March 21, 2013; Planck 2013 results. XXVI. Background geometry and topology of the Universe. Submitted to A&A (2013).
42. Csernai L.P., Stocker H. Global Collective Flow in Heavy Ion Reactions from the Beginnings to the Future// arxiv: 1406.1153 v2, 12 June, 2014.

References

1. P. S. Laplace.— *Mecanique celeste*, 4, livre X. Paris, 1805; *A Treatise in Celestial Mechanics*, Volume IV, Book X, Chapter VII, translated by N. Bowditch, Chelsea, New York, 1966.
2. Flandern T. V. The Speed of Gravity: What The Experiments Say?// *Phys. Lett. A*250 1-11, 1998.
3. Carlip S. Aberration and the Speed of Gravity// *Phys. Lett. A*267 81-87, 2000.
4. G.E. Marsch, C. Nissim-Sabat, “Comments on ‘The speed of gravity’”, *Phys. Lett. A* 262:103-106, 1999.

5. Zhu Y. Measurement of the speed of gravity// Chinese Phys. Lett. 2011, 28: 070401. arXiv: 1108.3761v3,v4.
6. M. Alcubierre. The warp drive: hyper-fast travel within general relativity//Class.Quant.Grav. 11, L73 (1994), gr-qc/0009013.
7. S. Krasnikov. Hyperfast Interstellar Travel in General Relativity//Phys.Rev. D57, 4760 (1998), gr-qc/9511068.
8. J. Natario. Warp Drive With Zero Expansion//Class. Quant. Grav. 19, 1157 (2002), gr-qc/0110086.
9. K. D. Olum. Superluminal travel requires negative energies// Phys. Rev. Lett. 81, 3567 (1998), gr-qc/9805003.
10. C. Van Den Broeck. A 'warp drive' with more reasonable total energy requirements //Class. Quant. Grav. 16, 3973 (1999), gr-qc/9905084.
11. C. Clark, W. A. Hiscock, and S. L. Larson. Null geodesics in the Alcubierre warp drive spacetime: the view from the bridge//Class. Quant. Grav. 16, 3965 (1999), gr-qc/9907019.
12. P. F. Gonzalez-Diaz. On the warp drive space-time//Phys. Rev. D62, 044005 (2000), gr-qc/9907026.
13. M. J. Pfenning and L. Ford. The unphysical nature of "Warp Drive"//Class. Quant. Grav. 14, 1743 (1997), gr-qc/9702026.
14. H. G. White. A Discussion on space-time metric engineering//General Relativity and Gravitation 35, 2025 (2003).
15. F. S. Lobo and M. Visser. Fundamental limitations on "warp drive" spacetimes//Class. Quant. Grav. 21, 5871 (2004), gr-qc/0406083.
16. P. F. Gonzalez-Diaz. Superluminal warp drive//Phys.Lett. B653, 129 (2007).
17. P. F. Gonzalez-Diaz. Superluminal warp drive and dark energy//Phys.Lett. B657, 15 (2007).
18. S. Finazzi, S. Liberati, and C. Barcelo. Semiclassical instability of dynamical warp drives//Phys. Rev. D79, 124017 (2009), arXiv:0904.0141 [gr-qc].
19. C. Barcelo, S. Finazzi, and S. Liberati. On the impossibility of superluminal travel: the warp drive lesson//arXiv:1001.4960 [gr-qc], 27 Jan 2010.
20. T. Muller and D. Weiskopf. Detailed study of null and time-like geodesics in the Alcubierre Warp spacetime//Gen. Rel. Grav. 44, 509 (2012), arXiv:1107.5650 [gr-qc].
21. B. McMonigal, G. F. Lewis, and P. O'Byrne. The Alcubierre Warp Drive: On the Matter of Matter//Phys.Rev. D85, 064024 (2012), arXiv:1202.5708 [gr-qc].
22. Gabriele U. Varieschi, Zily Burstein. Conformal Gravity and the Alcubierre Warp Drive Metric//arXiv:1208.3706v1 [gr-qc] 17 Aug 2012.
23. Albert Einstein. Uber Gravitationwellen// Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1918, 1, 154—167. .
24. Landau L. D, Lifshic E. M. Teoreticheskaja fizika. T.2. Teorija polja. – 7 izd. – M.: Nauka. - 1988. - str. 329-330; L. D. Landau and E. M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields. Pergamon, New York, second edition, 1962.
25. V.A. Fok. Teorija prostranstva, vremeni i tjagotenija (2-e izd.). – M.: GIFML, 1961.
26. Steven Weinberg. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.
27. Trunev A.P. Gravitacionnye volny i stacionarnye sostojanija kvantovyh i klassicheskikh sistem// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №03(097). – IDA [article ID]: 0971400090. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/90.pdf>

28. Trunев A.P. Gravitacionnye volny i kvantovaja teorija Shredingera// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №02(096). S. 1189 – 1206. – IDA [article ID]: 0961402081. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/02/pdf/81.pdf>
29. Trunев A.P. Atom Shredingera i Jejnshtejna// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №03(097). – IDA [article ID]: 0971400094. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/90.pdf>
30. Trunев A.P. O predstavlenii reshenij uravnenij Nav'e-Stoksa v obshhej teorii odnositel'nosti// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №04(098). S. 1566 – 1587. – IDA [article ID]: 0981404111. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/04/pdf/111.pdf>
31. Trunев A.P. Gravitacionnoe pole v okrestnosti zvezdy i geometricheskaja turbulენტnost// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №05(099). S. 1566 – 1587. – IDA [article ID]: 0981404111. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/05/pdf/111.pdf>
32. Trunев A.P. Geometricheskaja turbulენტnost// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №05(099). S. 1566 – 1587. – IDA [article ID]: 0981404111. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/05/pdf/111.pdf>
33. Todd A. Oliynyk. Cosmological Newtonian limit// arxiv: 1307.6281v3, 4 Jun 2014.
34. A. Einstein, N. Rosen. On Gravitational Waves// J. Franklin Inst., 1937, 223, 43-54.
35. A.Z. Petrov. New methods in general relativity. - Moscow: Nauka, 1966.
36. Trunев A.P. Obshhaja teorija odnositel'nosti i metriki neodnorodnoj vrashhajushhejsja Vselennoj// Nauchnyj zhurnal KubGAU, 2014. – №01(095). S. 486-510. – IDA [article ID]: 0951401026. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/26.pdf>
37. Trunев AP. Dynamics of quarks in the hadrons metrics with application to the baryon structure // Poly-thematic electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (Journal KubGAU) [electronic resource]. - Krasnodar KubGAU, 2013. - № 01 (085). P. 525 - 542. - Mode of access: <http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/42.pdf>
38. Janenko N. N., Novikov V. A. Ob odnoj modeli zhidkosti so znako-peremennym koeficientom vjazkosti // Chislennye metody mehaniki sploshnoj sredy, № 2, 1973.
39. Lar'kin N. A., Novikov V. A., Janenko N. N. Nelinejnye uravnenija peremennogo tipa. M., 1983.
40. Pjatkov S.G. Kraevye zadachi dlja nekotoryh klassov singuljarnyh parabolicheskikh uravnenij// Matematicheskie trudy, t. 6., №2b 114-208, 2003.
41. Planck Collaboration: Cosmological parameters. – Plank 2013 results, Astronomy & Astrophysics manuscript, March 21, 2013; Planck 2013 results. XXVI. Background geometry and topology of the Universe. Submitted to A&A (2013).
42. Csernai L.P., Stocker H. Global Collective Flow in Heavy Ion Reactions from the Beginnings to the Future// arxiv: 1406.1153 v2, 12 June, 2014.