

УДК 532.546+536.24: 666.3.047

UDC 532.546+536.24: 666.3.047

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА ПРИ  
АДСОРБЦИОННО-КОНТАКТНОЙ СУШКЕ  
КЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ  
(МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)**

**MATHEMATICAL MODELLING OF HEAT AND  
MASS TRANSFER DURING ADSORPTION-  
CONTACT DRYING OF CERAMIC MATERIALS  
(MATHEMATICAL MODEL)**

Дорняк Ольга Роальдовна  
д.т.н., доцент

Dornyak Olga Roaldovna  
Dr.Sci.Tech., associate professor

*ФГБОУ ВПО «Воронежская государственная  
лесотехническая академия», Воронеж, Россия*

*Voronezh State Forestry Academy, Voronezh, Russia*

Усачев Александр Михайлович  
к.т.н., доцент

Usachev Aleksandr Mikhailovich  
Cand.Tech.Sci., associate professor

Шмитко Евгений Иванович  
д.т.н., профессор

Shmitko Evgeniy Ivanovich  
Dr.Sci.Tech., professor

*ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный  
архитектурно-строительный университет»*

*Voronezh State University of Architecture and Civil  
Engineering, Voronezh, Russia*

Аль Сарраджи Салах Хусейн Мела  
аспирант

Al' Sarradzhi Salakh Hussein Mela  
postgraduate student

*ФГБОУ ВПО «Воронежская государственная  
лесотехническая академия», Воронеж, Россия*

*Voronezh State Forestry Academy, Voronezh, Russia*

В рамках механики многофазных систем построена математическая модель процесса тепло- и массопереноса при адсорбционно-контактной сушке керамического кирпича

The mathematical model of heat and mass transfer during adsorption-contact drying of ceramic bricks within the framework of the mechanics of multiphase systems is constructed

Ключевые слова: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС, АДСОРБЦИОННО-КОНТАКТНАЯ СУШКА, КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Keywords: MATHEMATICAL MODELLING, HEAT AND MASS TRANSFER, ADSORPTION-CONTACT DRYING, CAPILLARY AND POROUS MATERIALS

## **Введение**

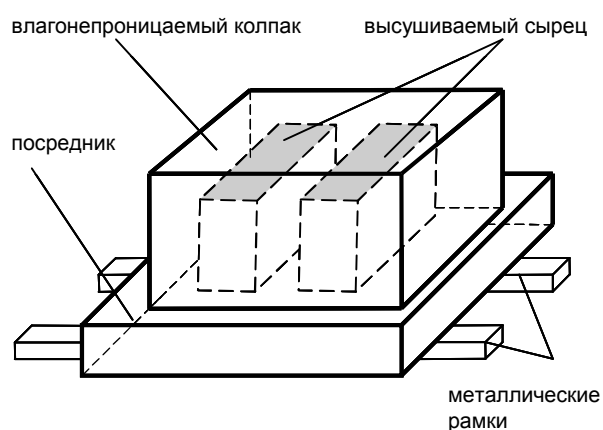
Математическое моделирование процессов сушки капиллярно-пористых материалов развивается в течение многих десятилетий по нескольким направлениям. Основные из них связаны как с изучением фундаментальных закономерностей теплофизических процессов, так и с решением практических проблем прогнозирования результатов обезвоживания материалов [1,2]. Развитие математического моделирования процессов сушки сдерживается недостатком знаний о механизмах взаимодействия фаз, а также о структуре материала,

изменяющейся во взаимосвязи с процессами тепло- и массопереноса. Как отмечено в работе [2], моделирование процесса сушки капиллярно-пористых тел все еще остается близким к искусству.

Математические модели развиваются применительно к традиционным промышленным методам сушки (конвективному, радиационно-кондуктивному, кондуктивному, сублимационному, токами высокой частоты и другим), а также к новым способам. Оригинальный метод *адсорбционно-контактной сушки* (АКС) был разработан в Институте катализа имени Г.К. Борескова СО РАН. Метод был разработан применительно к сушке гранул различных материалов, в том числе, включая гранулы взрывчатых веществ. Основная идея метода заключается в том, что при контакте пористых гранул, насыщенных жидкостью (донора), с сухими пористыми гранулами (акцептором), возможен массообмен с переносом флюида от донора к акцептору. Интенсивность переноса существенно зависит от градиента химических потенциалов между донором и акцептором [1]. Массоперенос возможен в широком температурном диапазоне, включая обычную комнатную температуру.

Авторами [3] разработан метод АКС глиняного сырца (в работах [3-4] он называн диффузионно-контактным). Следует отметить, что метод АКС особенно интересен, как метод сушки термолабильных материалов, свойства которых ухудшаются в условиях обычной термической сушки [5-6]. Условия АКС могут обеспечить эффективную сушку при невысоких температурах. Изготовление керамического кирпича из высокочувствительных глин (к ним относятся, в том числе, глины семилукского месторождения), требует значительных материальных затрат для создания мягкого режима термообработки, позволяющего снизить число образцов, которые растрескиваются на этапе сушки сырца.

Схема сушки контактно-диффузионным способом представлена на рисунке 1. Отформованный сырец укладывается на посредник-подложку, выполненную из влагоемкого материала, накрывается влагонепроницаемым колпаком и помещается в сушильную камеру [4]. Посредник с тыльной стороны подвергается конвективному высушиванию движущимся теплоносителем с заданными температурно-влажностными



параметрами. Таким образом, влага из сырца диффундирует в объем материала-посредника, влажность которого поддерживается на уровне, безопасном для объекта высушивания, а затем происходит удаление влаги уже из посредника [3-4].

Рисунок 1 – Схема адсорбционно-контактной сушки глиняного сырца.

Исследования [6-9] позволили определить

основные механизмы массообмена при адсорбционно-контактной сушке. Если донор насыщен раствором компонента, нелетучего при температуре массообмена, то по газовой фазе происходит перенос паров только растворителя до момента установления равновесного состояния. Через зону контакта донора и акцептора возможен перенос преимущественно растворителя до установления равновесия. Жидкофазный перенос происходит вследствие перепада давления, вызванного различием кривизны менисков жидкости в пределах жидкофазного домена (при условии образования "жидкостного" мостика в зоне контакта), а также по смачивающим пленкам за счет градиента расклинивающего давления.

В работах, представленных в [1], проведено детальное экспериментальное исследование кинетики адсорбционно-контактной

сушки пористых материалов, обоснованы уравнения кинетики влагопереноса применительно к АКС гранул с деформируемой и недеформируемой структурой (А.Д.Симонов, Н.А.Языков, В.Н.Пармон). На основе современного подхода к описанию текстурно-чувствительных массообменных процессов, протекающих при сушке капиллярно-пористых материалов, определены основные механизмы массообмена при АКС (В.Б.Фенелонов).

При изучении процессов тепло- и массопереноса при АКС объектов с достаточно большими размерами, для которых характерно неравномерное и нестационарное развитие полей теплофизических переменных, использование кинетических уравнений ограничено. В данной работе сформулирована математическая модель адсорбционно-контактной сушки керамических материалов в рамках механики многофазных систем [10], следуя [11]. Данный подход не предполагает модельного представления пористой структуры материала, но требует описания динамики полей целого ряда текстурных характеристик пористой системы материалов. Методология механики гетерофазных систем позволяет совершенствовать модели тепло- и массопереноса в капиллярно-пористых средах, учитывая различные механизмы физико-химического взаимодействия фаз.

#### **Математическая модель тепло- и массопереноса при адсорбционно контактной сушке материала**

Пусть выполнены следующие предположения. Материал образцов донора и акцептора изотропен. Начальная влажность по сечению образцов распределена в общем случае неравномерно. Жидкая фаза практически несжимаема, ее плотность постоянна. Среднее значение начальной влажности сырца может быть как выше, так и ниже предела гигроскопичности материала. Процессы деформирования материала вследствие тепловых воздействий в данной работе не рассматриваются.

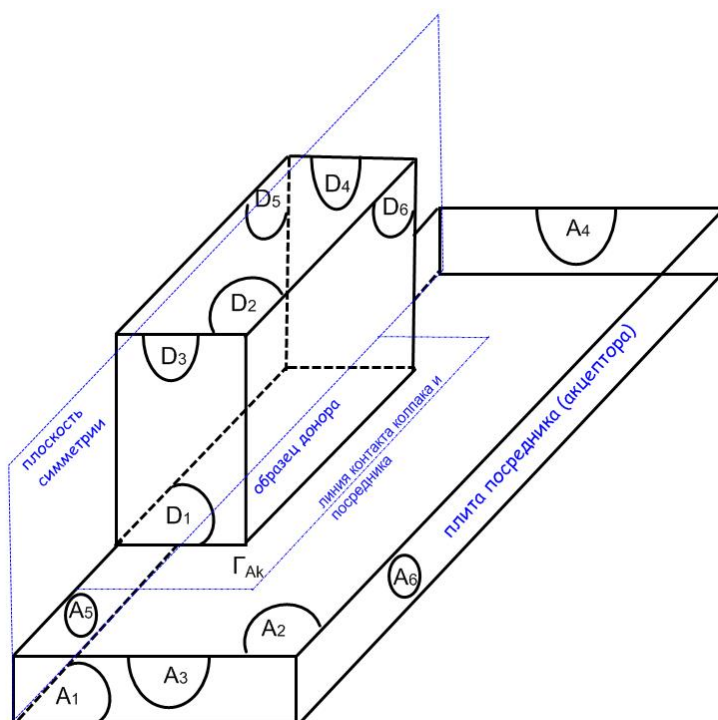


Рисунок 2 – Расчетная схема

Учитывая наличие плоскостей симметрии для полей теплофизических переменных, рассмотрим, как объект исследования - тело, состоящее из половины кирпича, разрезанного вдоль направления движения сушильного агента, и фрагмента платформы, боковые вертикальные грани которого являются

плоскостями симметрии для полей влагосодержания и температуры в посреднике (рисунок 2). Это составное тело имеет поверхность разрыва для всех текстурных параметров, а также теплофизических параметров твердой фазы. Поверхность разрыва совпадает с плоскостью контакта донора (D) и акцептора (A).

Математическая формулировка задачи, которая ставится для описания различных процессов в многофазной системе, включает уравнения, записанные для теплофизических переменных, усредненных по объемам всех имеющихся в системе фаз – 1 (газообразной), 2 (жидкой), 3 (твердой). При моделировании процессов сушки капиллярно-пористой системы с широким распределением радиусов пор можно учитывать различные механизмы переноса воды, которые определяются формой связи влаги с материалом твердой фазы. В данной работе задача, гидродинамики поставлена для нескольких типов воды.

В уравнениях состояния и сохранения, записанных ниже, знак усреднения по фазе опущен. В уравнениях символ  $f_i$  обозначает

переменную  $f$ , отнесенную к объему фазы с номером  $i$ , и усредненную по этому объему, т.е.  $\langle f_i \rangle_i$ , следуя обозначениям [10].

**Газовая фаза** состоит из двух компонент – неконденсирующегося газа и водяного пара. Примем предположение об идеальности паровой и газовой составляющих. Параметры, относящиеся к первой компоненте, обозначим нижним индексом  $1g$ , ко второй -  $1v$ . Плотность, концентрация, давление и удельная внутренняя энергия компонент и парогазовой смеси определяются следующим образом [10]:

$$r_1^o = r_{1v}^o + r_{1g}^o; c = \frac{r_{1v}^o}{r_1^o}; 1 - c = \frac{r_{1g}^o}{r_1^o}; \quad (1)$$

$$p_{1g} = r_{1g}^o T_1 B_{1g}; p_{1v} = r_{1v}^o T_1 B_{1v}; \quad (2)$$

$$u_{1g} = c_{v1g} T_1; u_{1v} = c_{v1v} T_1; \quad (3)$$

$$p_1 = r_1^o T_1 B_1; B_1 = c B_{1v} + (1 - c) B_{1g}. \quad (4)$$

Здесь  $B$  – индивидуальная газовая постоянная, Дж/(кгК);  $c_v$  – теплоемкость при постоянном объеме, Дж/(кгК);  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>,  $T$  – температура, К;  $p$  – давление, Па;  $\chi$  – концентрация пара в парогазовой смеси;  $u$  – удельная внутренняя энергия, Дж/кг. Верхний индекс "o" у величины плотности указывает на ее истинное значение в отличие от приведенного значения  $\rho_i = \rho_i^o \alpha_i$  ( $\alpha_i$  – объемная концентрация  $i$ -фазы).

Значения скорости паровой и газовой компонент  $v_{1v}$  и  $v_{1g}$  могут быть различны. Для их описания введены среднемассовая скорость смещений элементарных макрообъемов первой фазы  $v_1$  и диффузионные скорости пара и газа -  $w_{1v}$  и  $w_{1g}$ . Относительное движение компонент определяется законом бинарной диффузии Фика [10]:

$$v_1 = c v_{1v} + (1 - c) v_{1g}; \quad (5)$$

$$w_{1g} = v_{1g} - v_1; w_{1v} = v_{1v} - v_1; \quad (6)$$

$$w_{1g}^j = \frac{r_1^o}{r_{1g}^o} D \frac{\partial c}{\partial x_j}; w_{1v}^j = -\frac{r_1^o}{r_{1v}^o} D \frac{\partial c}{\partial x_j}. \quad (7)$$

Параметр  $D$  – коэффициент бинарной диффузии, зависящий в общем случае от температуры газа, ( $m^2/c$ ). Уравнения сохранения массы для парогазовой смеси и неконденсирующегося газа имеют вид [10]:

$$\frac{\partial(r_1^o a_1)}{\partial t} + \nabla(r_1^o a_1 \mathbf{v}_1) = s_{12} j; s_{12} = \begin{cases} s_{12}^A, x \in V^A \\ s_{12}^D, x \in V^D \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{\partial(r_1^o a_1(1-c))}{\partial t} + \nabla[r_1^o a_1(1-c)(\mathbf{v}_1 + \mathbf{w}_g)] = 0; \quad (9)$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1, \quad (10)$$

где  $j$  –поток массы пара, обусловленный фазовыми переходами, отнесенный к единице времени и единице площади,  $кг/(m^2 c)$ ;  $s_{12}$  – удельная поверхность раздела 1 и 2 фазы,  $m^{-1}$ ;  $V^A$ ,  $V^D$  – области пространства, занятые акцептором и донором соответственно;  $\alpha_i$  - объемное содержание  $i$ -ой фазы в материале. Случай  $j > 0$ , соответствует испарению,  $j < 0$  – конденсации.

Уравнение движения и теплопроводности парогазовой фазы при сделанных предположениях можно записать следующим образом [10]:

$$r_1^o a_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} = -a_1 \nabla p_1 - \frac{a_1 m_1 \mathbf{v}_1}{K_{13} \Psi_1(q_1)}; \quad K_{13} = \begin{cases} K_{13}^A, x \in V^A \\ K_{13}^D, x \in V^D \end{cases}; \Psi_1 = \begin{cases} \Psi_1^A, x \in V^A \\ \Psi_1^D, x \in V^D \end{cases}. \quad (11)$$

$$c_{p1} r_1^o a_1 \frac{dT_1}{dt} = \nabla(a_1 l_1 \nabla T_1) + a_1 B_1 T_1 \frac{dr_1^o}{dt} + c_{v1} s_{12} j (T_1|_{\Sigma_{12}} - T_1) + Q_{12} + Q_{13}. \quad (12)$$

$$c_{p1} = c c_{p1v} + (1-c) c_{p1g}, Q_{ji} = s_{ij} \alpha_{ji}^h (T_i|_{\Sigma_{ij}} - T_i); i, j = 1, 2, 3. \quad (13)$$

Здесь  $K_{13}$  - коэффициент проницаемости 1-ой фазы в 3-ей при полном насыщении,  $m^2$ ;  $\Psi_i$  – относительная фазовая проницаемость для  $i$ -ой фазы;  $\theta_i$  - насыщенность объема порового пространства  $i$ -ой фазой;  $c_p$  – теплоемкость при постоянном давлении,  $Дж/(кг\cdot K)$ ;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности,  $Вт/(м\cdot K)$ ;  $\mu$  - вязкость,  $Па\cdot c$ ;  $s_{ij}$  – удельная площадь поверхности раздела  $i$ -ой и  $j$ -ой фаз,  $m^{-1}$ ;  $a_{ji}^h$  - коэффициент теплоотдачи  $i$ -ой фазы через межфазную поверхность  $\Sigma_{ij}$ ,  $Вт/(m^2\cdot K)$ ;  $Q_{ji}^h$  - интенсивность теплообмена через межфазную поверхность  $\Sigma_{ij}$  к  $i$ -ой фазе,  $Дж/(m^3\cdot c)$ . Верхние индексы  $A$  и  $D$  - обозначают принадлежность к акцептору и донору соответственно. Переменные с индексом  $\Sigma_{ij}$  относятся к границам раздела фаз  $i$  и  $j$ .

Задача для парогазовой фазы является сопряженной и должна решаться для объемов поровой системы донора, акцептора и пространства под колпаком. В работе [12] построена балансовая математическая модель термодинамического состояния парогазовой смеси под влагоизолирующим колпаком применительно к исследуемому процессу АКС.

Отметим, что большинство параметров уравнений (1-13) одинаковы для донора и акцептора, за исключением тех, которые непосредственно связаны со структурными особенностями материала. Среди них – удельная поверхность капиллярно-пористого материала и коэффициент проницаемости.

**Жидкая фаза** – вода, заполняющая поры, свободная и связанная. Для более точного описания гидродинамических процессов в рамках того же метода усреднения по отдельным фазам, введем дополнительное усреднение по объемам свободной и связанной воды. Причем в объеме связанной воды выделим объем воды в смачивающих граничных слоях и тонких прослойках, где вода не имеет контакта с газовой фазой [11].



Для некоторого мгновенного микропараметра жидкой фазы  $x'_2$ , усредняемого по жидкому макрообъему  $dV_2$ , имеем:

$$\langle x_2 \rangle_2 = \frac{1}{dV_2} \int_{dV_2} x'_2 d'V = \frac{1}{dV_2} \int_{dV_{2св} + dV_{2см} + dV_{2т.сл}} x'_2 d'V .$$

$$\langle x_2 \rangle_2 = a_{2св} x_{2св} + a_{2см} x_{2см} + a_{2т.сл} x_{2т.сл} .$$

Здесь  $x_{2св}$ ,  $x_{2см}$ ,  $x_{2т.сл}$  – рассматриваемый параметр, усредненный по объемам свободной воды, воды в смачивающих пленках и тонких слоях соответственно:

$$x_{2св} = \langle x_{2св} \rangle_{2св}; x_{2см} = \langle x_{2см} \rangle_{2см}; x_{2т.сл} = \langle x_{2т.сл} \rangle_{2т.сл} .$$

$$\alpha_{св} = dV_{2св}/dV_2; \alpha_{т.сл} = dV_{2т.сл}/dV_2; \alpha_{см} = dV_{2см}/dV_2 .$$

Введем дополнительно параметры объемного содержания в образце свободной воды  $m_{св} = dV_{2св}/dV$ , воды в тонких капиллярах  $m_{т.сл} = dV_{2т.сл}/dV$  и воды в смачивающих пленках  $m_{см} = dV_{2см}/dV$ . Тогда

$$\langle x_2 \rangle_2 = \frac{1}{a_2} (m_{2св} x_{2св} + m_{2см} x_{2см} + m_{2т.сл} x_{2т.сл}) ,$$

где  $a_2$  – объемное содержание воды в материале.

Очевидно,

$$a_{2св} + a_{2см} + a_{2т.сл} = 1; m_{2св} + m_{2см} + m_{2т.сл} = a_2 .$$

$$m_{2св} = a_{2св} a_2; m_{2см} = a_{2см} a_2; m_{2т.сл} = a_{2т.сл} a_2 .$$

Насыщенность пористой структуры материала свободной водой, водой, содержащейся в тонких слоях и смачивающихся пленках, представляется в виде следующих выражений:

$$q_{2св} + q_{2см} + q_{2т.сл} = q_2 .$$

$$q_{2св} = \frac{m_{2св}}{a_2 + a_1}; q_{2см} = \frac{m_{2см}}{a_2 + a_1}; q_{2т.сл} = \frac{m_{2т.сл}}{a_2 + a_1} .$$

**Уравнения сохранения массы.** Рассмотрим уравнения сохранения массы для каждого из видов воды, содержащейся в капиллярно-пористом теле. Учтем, что вода в тонких слоях практически неподвижна, вследствие

малости здесь градиента давления жидкости по сравнению с силами сопротивления, во-первых, и не испытывает фазовых переходов, во-вторых [11]:

$$\mathbf{r}_{v_{2Т.сл}} = 0, \quad (14)$$

$$a_{2Т.сл} = 1 - a_{2св} - a_{2см}. \quad (15)$$

Для воды свободной и в смачивающих пленках получим, полагая  $r_2^o = const$ :

$$r_2^o \left[ \frac{\partial(m_{2св})}{\partial t} + \nabla(m_{2св} \mathbf{r}_{v_{2св}}) \right] = -js_{12св}, \quad (16)$$

$$r_2^o \left[ \frac{\partial(m_{2см})}{\partial t} + \nabla(m_{2см} \mathbf{r}_{v_{2см}}) \right] = -js_{12см}, \quad (17)$$

$$s_{12} = s_{12св} + s_{12см}. \quad (18)$$

Если сложить почленно уравнения (16-17), учитывая (14-15), получим уравнение сохранения жидкой фазы, усредненное по всему занимаемому ею объему [10]:

$$r_2^o \left[ \frac{\partial a_2}{\partial t} + \nabla(a_2 \mathbf{r}_{v_2}) \right] = -js_{12св}. \quad (19)$$

где  $\mathbf{r}_{v_2} = \left\langle \frac{\mathbf{r}}{v_2} \right\rangle_2 = \frac{1}{a_2} (m_{2св} \mathbf{r}_{v_{2св}} + m_{2см} \mathbf{r}_{v_{2см}} + m_{2Т.сл} \mathbf{r}_{v_{2Т.сл}})$  - вектор скорости жидкой фазы, усредненные по ее объему.

**Уравнение изменения количества движения.** Уравнение изменения количества движения запишем без учета конвективных членов, динамических эффектов фазовых переходов и массовых сил. Для тонких смачивающих пленок, перетекающих по пористой системе образцов под действием градиента расклинивающего давления, после усреднения уравнений движения по объему  $V_{см}$  имеем:

$$r_2^o m_{2см} \frac{\partial \mathbf{r}_{v_{2см}}}{\partial t} = -m_{2см} \nabla p_{2см} - \frac{m_{2см} m_2 (v_{2см}^{\mathbf{r}} - v_3^{\mathbf{r}})}{K_{23} \Psi_2(q_{2см})} + \nabla^k (m_{2см} \mathbf{t}_{2см}^k); \quad (20)$$

$$K_{23} = \begin{cases} K_{23}^A, x \in V^A \\ K_{23}^D, x \in V^D \end{cases}; \Psi_2 = \begin{cases} \Psi_2^A, x \in V^A \\ \Psi_2^D, x \in V^D \end{cases}; \quad (21)$$

$$t_{2cm}^{kj} = 2m_2 e_{2cm}^{kj}; \quad e_{2cm}^{kj} = \frac{1}{2}(\nabla_j v_{2cm}^k + \nabla_k v_{2cm}^j); \quad k, j=1, 2, 3. \quad (22)$$

Второй член справа от знака равенства в уравнении (20) соответствует силе сопротивления фильтрационному переносу жидкой фазы в пористой системе;  $\mathbf{t}^k$  – вектор напряжений, Па;  $K_{23}$  - коэффициент проницаемости 2-ой фазы при полном насыщении,  $m^2$ .

Если образец находится в поле внешних сил, создающих градиент давления, то уравнения для определения кинематических характеристик течения свободной воды могут быть записаны в виде аналогичном (20):

$$r_2^o m_{2cb} \frac{\partial \mathbf{v}_{2cb}}{\partial t} = -m_{2cb} \nabla p_{2cb} - \frac{m_{2cb} m_2 (\mathbf{v}_{2cb} - \mathbf{v}_3)}{K_{23} \Psi_2(q_{2cb})} + \nabla^k (m_{2cb} \mathbf{t}_{2cb}^k). \quad (23)$$

$$t_{2cb}^{kj} = 2m_2 e_{2cb}^{kj}; \quad e_{2cb}^{kj} = \frac{1}{2}(\nabla_j v_{2cb}^k + \nabla_k v_{2cb}^j); \quad k, j=1, 2, 3. \quad (24)$$

Если влиянием внешних сил можно пренебречь, то  $p_{2cb} = \text{const}$  и  $v_{2cb} = 0$ . Отметим, что после почленного сложения уравнений движений воды трех типов не удастся получить, как в случае уравнения неразрывности, уравнения движения жидкой фазы, усредненного по всему объему, занимаемому этой фазой.

Уравнение теплопроводности жидкой фазы используется в форме [10]

$$c_2 r_2^o a_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \nabla(a_2 l_2 \nabla T_2) - c_2 s_{12} j(T_2|_{\Sigma_{12}} - T_2) + Q_{12} + Q_{32}. \quad (25)$$

**Давление воды.** Усредненное давление в жидкой фазе представляется в виде:

$$\langle p'_2 \rangle_2 = \frac{1}{a_2} (m_{2cb} p_{2cb} + m_{2cm} p_{2cm} + m_{2т.сл} p_{2т.сл}).$$

Давление свободной воды в недеформируемой системе, когда влиянием массовых сил можно пренебречь, при изотермических условиях постоянно и равно давлению окружающей среды  $p_c$ . При деформировании капиллярно-пористого материала давление свободной воды в ненасыщенных областях по-прежнему будет оставаться равным  $p_c$ . В зонах полного насыщения жидкой фазой давление свободной воды должно определяться в процессе решения задачи из условия совместного деформирования твердого скелета и воды (равенство нормальных напряжений на границе жидкости и деформируемых стенок поровых каналов):

$$p_{2св} = p_3, p_3 = -\frac{1}{3} \langle s'_{3,jj} \rangle_3, \quad (26)$$

где  $\sigma_3$  – тензор напряжений твердой фазы.

Расклинивающее давление в смачивающих пленках можно определить, следуя методике работы [13], позволяющей это сделать в рамках равновесной термодинамики двухфазных многокомпонентных систем. Выражения для  $p_{2см}$  вычисляется из равенства химических потенциалов жидкости и пара по формуле Кельвина с помощью уравнения изотерм сорбции

$$p_{2см} = p_{sat}(T_{\Sigma 12}) + \frac{RT_{\Sigma 12}}{\bar{v}} \ln \frac{p_{1v}}{p_{sat}(T_{\Sigma 12})}, \quad (27)$$

$$u = f^A(T, j), u = f^D(T, j),$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная Дж/(моль·К);  $\bar{v}$  – молярный объем жидкости, м<sup>3</sup>/моль;  $u$  – влагосодержание, кг/кг;  $T_{\Sigma 12}$  – температура границы фаз 1 и 2, К;  $p_{sat}$  – давление насыщенного пара у плоской поверхности жидкости, Па;  $p_{1v}$  – давление паровой компоненты газообразной фазы, Па;  $\phi$  – относительная влажность воздуха.

Принято, что сопротивление течению в тонких слоях существенно выше имеющегося здесь градиента давления. В этом случае величина  $p_{2т.сл}$  не используется при решении задачи переноса воды.

Для твёрдой фазы, деформации которой в данной работе не рассматриваются  $a_3 = const$ , а уравнение теплопроводности можно записать в виде:

$$c_3 r_3^o a_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = Q_{13} + Q_{23} + \nabla(a_3 I_3 \nabla T_3); \quad (28)$$

$$c_3 = \begin{cases} c_3^A, x \in V^A \\ c_3^D, x \in V^D \end{cases}; I_3 = \begin{cases} I_3^A, x \in V^A \\ I_3^D, x \in V^D \end{cases}; r_3^o = \begin{cases} r_3^{oA}, x \in V^A \\ r_3^{oD}, x \in V^D \end{cases}. \quad (29)$$

Математическая модель включает **уравнения сохранения на межфазных поверхностях**. На границе раздела жидкость-пар (в поверхностной фазе  $\Sigma_{12}$ ) в общем случае следует учитывать неравновесность фазовых переходов, связанную с тем, что количество пара, испаряющегося с поверхности раздела фаз зависит от кинетических возможностей паровой фазы. Кинетика неравновесных фазовых переходов описывается уравнением Герца-Кнудсена-Ленгмюра без учета скачка температур в граничном кнудсеновском слое пара [10]:

$$j = \frac{k[p_{sat}(T_2|_{\Sigma_{12}}) - p_{1v}|_{\Sigma_{12}}]}{\sqrt{2pB_{1v}T_{sat}(p_{1v}|_{\Sigma_{12}})}}. \quad (30)$$

Здесь  $k$  - коэффициент аккомодации.

Уравнение сохранения энергии в поверхностной  $\Sigma_{12}$  фазе без учета тепловой инерции  $\Sigma_{12}$  фазы и влияния искривленности межфазных поверхностей на ее температуру можно представить в виде

$$s_{12} j L = a_{12}^h s_{12} (T_1 - T_1|_{\Sigma_{12}}) + a_{12}^h s_{12} (T_2 - T_2|_{\Sigma_{12}}). \quad (31)$$

Условия теплообмена на остальных поверхностях раздела фаз могут быть записаны в виде балансовых соотношений [10]:

$$s_{13} a_{31}^h (T_{\Sigma 13} - T_3) = -s_{13} a_{13}^h (T_{\Sigma 13} - T_1);$$

$$s_{23} a_{32}^h (T_{\Sigma 23} - T_3) = -s_{23} a_{23}^h (T_{\Sigma 23} - T_2). \quad (32)$$

**Краевые условия на внешних границах.** Система уравнений в частных производных, уравнений состояния и соотношений на границе фаз (1-32) для переменных  $T_1, T_2, T_3, \mathbf{v}_1, p_1, \chi, \mathbf{v}_{2\text{см}}, \alpha_2$  должна быть дополнена граничными и начальными условиями. Краевые условия для составного объекта АКС поставим для четырех групп внешних границ (рисунок 2) -  $\Gamma_S = D_4 \cup D_5 \cup A_4 \cup A_5, \Gamma_D = D_2 \cup D_3 \cup D_6; \Gamma_A = A_3 \cup A_2 - D_1 \cup A_1 \cup A_6$  и  $\Gamma_{Ak}$ .

На множестве  $\Gamma_S$  справедливы условия симметрии для всех усредненных теплофизических переменных:

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial n} \right|_{\Gamma_S} = 0, i=1,2,3; \left. \frac{\partial c}{\partial n} \right|_{\Gamma_S} = 0; \left. \frac{\partial p_1}{\partial n} \right|_{\Gamma_S} = 0; \left. \mathbf{v}_{2\text{см}} \right|_{\Gamma_S} = 0; \left. \frac{\partial \alpha_2}{\partial n} \right|_{\Gamma_S} = 0. \quad (33)$$

Множество  $\Gamma_D$  объединяет внешние грани донора, под влагоизолирующим колпаком. Здесь практически мгновенно устанавливается равновесная влажность  $u_D$ , соответствующая температуре  $T_k$  и относительной влажности паровоздушной смеси под колпаком  $\varphi_k$  (нижний индекс  $k$  относится к параметрам парогазовой смеси в пространстве под влагоизолирующим колпаком). Примем, что

$$-l_i \left. \frac{\partial T_i}{\partial n} \right|_{\Gamma_D} = a_i^{\Gamma_D} (T_i|_{\Gamma_D} - T_k), i=1,2,3; c|_{\Gamma_D} = c_k; p_1|_{\Gamma_D} = p_k;$$

$$v_{2\text{см}}^n|_{\Gamma_D} = -\left. \frac{\partial p_{2\text{см}}}{\partial n} \right|_{\Gamma_D} \frac{K_{23}^D \Psi_2^D(q_{2\text{см}})}{m_2}, v_{2\text{см}}^t|_{\Gamma_D} = 0;$$

$$a_2|_{\Gamma_D} = f^D(T_k, j_k) a_3 r_3^0 / r_2^0. \quad (34)$$

Здесь и ниже  $\alpha_i^{\Gamma_j}$ —коэффициенты теплоотдачи  $i$ -ой фазы с окружающей средой на границе  $\Gamma_j$  ( $j=A, D, Ak$ ),  $Bm/(m^2 \cdot K)$ . Верхние индексы  $\tau$  и  $n$

обозначают касательную и нормаль к границе области.

На границах акцептора, соответствующих объединению областей  $\Gamma_A$ , практически мгновенно устанавливается равновесная влажность  $u_A$ , соответствующая текущей температуре сушильного агента  $T_c$  и его относительной влажности  $\phi_c$ . Для внешних поверхностей тела посредника имеем

$$\begin{aligned}
 -l_i \frac{\partial T_i}{\partial n} \Big|_{\Gamma_A} &= a_i^{\Gamma_A} (T_i \Big|_{\Gamma_A} - T_c), i=1,2,3; -D \frac{\partial c}{\partial n} \Big|_{\Gamma_A} = g_1^{\Gamma} (c \Big|_{\Gamma_A} - c_c); \\
 -\frac{\partial p_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma_A} &= b_1^{\Gamma} (p_1 \Big|_{\Gamma_A} - p_c); v_{2cm}^n \Big|_{\Gamma_A} = -\frac{\partial p_{2cm}}{\partial n} \Big|_{\Gamma_A} \frac{K_{23}^A \Psi_2^A(q_{2cm})}{m_2}, v_{2cm}^t \Big|_{\Gamma_A} = 0; \\
 a_2 \Big|_{\Gamma_A} &= f^A(T_c, j_c) a_3 r_3^0 / r_2^0, \quad (35)
 \end{aligned}$$

где  $\beta_i^{\Gamma_j}$  ( $M^{-1}$ ) и  $\gamma_i^{\Gamma_j}$  ( $M/c$ ) – коэффициенты массоотдачи  $i$ -ой фазы с окружающей средой на границе  $\Gamma_j$  ( $j=A, D, Ak$ ).

Часть поверхности акцептора  $\Gamma_{Ak}$  оказывается под влагоизолирующим колпаком. Здесь краевые условия могут быть представлены следующим образом

$$\begin{aligned}
 -l_i \frac{\partial T_i}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{Ak}} &= a_i^{\Gamma_{Ak}} (T_i \Big|_{\Gamma_{Ak}} - T_k), i=1,2,3; c \Big|_{\Gamma_{Ak}} = c_k; p_1 \Big|_{\Gamma_{Ak}} = p_k; \\
 v_{2cm}^n \Big|_{\Gamma_{Ak}} &= -\frac{\partial p_{2cm}}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{Ak}} \frac{K_{23}^A \Psi_2^A(q_{2cm})}{m_2}, v_{2cm}^t \Big|_{\Gamma_{Ak}} = 0; \\
 a_2 \Big|_{\Gamma_{Ak}} &= f^A(T_k, j_k) a_3 r_3^0 / r_2^0. \quad (36)
 \end{aligned}$$

**Начальные условия.**

В начальный момент времени тела донора и акцептора имеют заданную температуру и влажность.

$$T_1(0, x_1, x_2, x_3) = T_2(0, x_1, x_2, x_3) = T_3(0, x_1, x_2, x_3) = T_0(x_1, x_2, x_3).$$

По распределению влажности в пористой системе конкретного материала, зная плотность его твердой фазы  $\rho_3$  и пористость  $a_{10}$ , можно вычислить объемное содержание каждой из трех фаз, в том числе, определить поле концентраций  $a_{20}$ .

$$a_2(0, x_1, x_2, x_3) = a_{20}(x_1, x_2, x_3); a_{20} = \begin{cases} a_{20}^A, x \in V^A \\ a_{20}^D, x \in V^D \end{cases}. \quad (37)$$

В начальный момент пар и жидкость неподвижны,

$$\dot{v}_1(0, x_1, x_2, x_3) = 0, \dot{v}_2(0, x_1, x_2, x_3) = 0. \quad (38)$$

Объемная концентрация пара в образцах в начальный момент времени  $\chi_0$  определяется с использованием известных термодинамических соотношений по равновесному значению относительной влажности воздуха и заданной температуре  $T_0$

$$c(0, x_1, x_2, x_3) = c_0(x_1, x_2, x_3); c_0 = \begin{cases} c_0^A, x \in V^A \\ c_0^D, x \in V^D \end{cases}. \quad (39)$$

Давление парогазовой смеси при  $t=0$  вычисляется с использованием уравнений состояния по найденному распределению  $\chi_0$ .

Начальные распределения по сечению объемных содержаний свободной воды  $m_{2св}$ , воды в смачивающих пленках  $m_{2см}$  и тонких слоях  $m_{2т.с.}$  зависят от температуры и влажности среды. Для их вычислений пока нет точных методик, поэтому придется принять дополнительные гипотезы и расчетные схемы, позволяющие определить концентрацию различных типов вода в материале. В [11] предложена расчетная схема, которая связывает данные структурные параметры со значением влажности материала на примере материала древесины.

**Предварительные оценки.** Направление капиллярных потоков зависит от соотношения значений давления жидкой фазы на поверхности контакта двух материалов. Из (27) следует, что если на границе контакта



$D_1 j^D > j^A$ , то материал донора ( $D$ ) обладает более высоким, чем материал акцептора ( $A$ ) уровнем расклинивающего давления. Если граница контакта капиллярно-пористых тел проходит, в том числе по жидкой фазе, то имеет место процесс обезвоживания донора и увлажнения акцептора за счет течения смачивающих пленок.

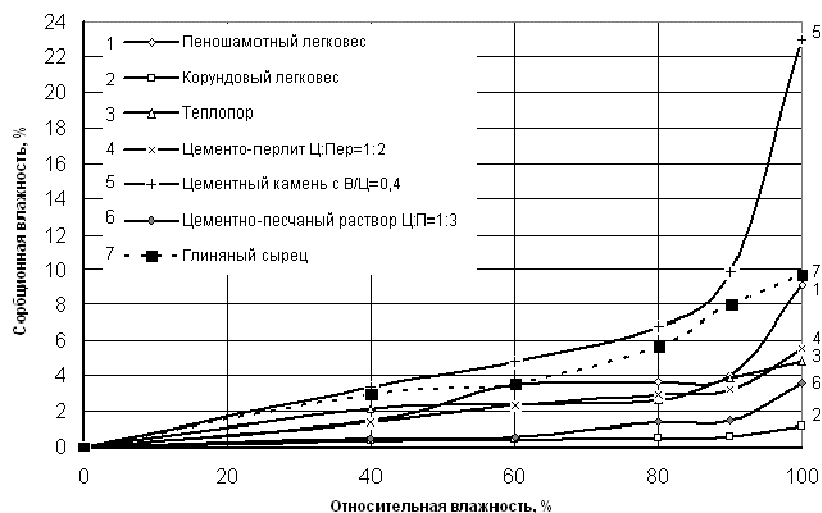


Рисунок 3 – Изотермы сорбции различных материалов при  $T=293 K$ .

Как видно из рисунка 3, в равновесном состоянии при влажности материала, меньшей значения максимальной гигроскопической влажности, для обезвоживания глиняного сырца при температуре  $T=293 K$  за счет жидкофазного переноса в качестве акцептора (посредника) может выступать цементный камень ( $В/Ц=0,4$ ). Данный механизм не работает, если в качестве посредника выступает, например, теплопор, корундовый или пеношамотный легковесы и другие (для указанных условий).

Интенсивность влагопереноса зависит от градиента расклинивающего давления в граничных слоях донора и акцептора. Оценку этой величины можно дать, дифференцируя уравнение (27), в направлении, перпендикулярном плоскости контакта образцов. Для определенности обозначим это направление  $x$ . Для однородного температурного поля в приближении однотемпературной модели

$$\frac{\partial p_{2cm}}{\partial x} = \frac{RT}{\bar{v}} \cdot \frac{1}{j} \frac{\partial j}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (40)$$

Из (40) видно, что интенсивность жидкофазного переноса зависит от градиента влагосодержания в материале, а также его сорбционных свойств – комплекса  $\Phi_u = \frac{1}{j} \frac{\partial j}{\partial u}$  и температуры. Скорость стационарного фильтрационного течения жидкости можно получить из уравнения движения (17) и (40):

$$v_x = - \frac{K_{23} \Psi_2(q_{2cm})}{m_2} \cdot \frac{RT}{\bar{v}} \cdot \Phi_u(u) \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (41)$$

Формула (41) позволяет оценить кинетику влагопереноса в предельных ситуациях. С использованием опытных изотерм сорбции и известной эмпирической формулы Аверьянова [14] получено, что в изотермических условиях для глиняного сырца функция  $\Phi_u(u)$  является убывающей, а функция относительной фазовой проницаемости  $\Psi_2(q_{2cm})$  - возрастающей. Таким образом, с ростом насыщенности капиллярно-пористой системы, интенсивность переноса связанной влаги будет зависеть от вклада двух конкурирующих факторов, определяемых, прежде всего особенностями структуры материала.

Влияние температуры на кинетику влагопереноса, как видно из (41), определяется явной линейной зависимостью от  $T$ , а также вкладом величины вязкости воды  $\mu_2(T)$  - убывающей функции температуры [15] и значения упругости водяного пара  $\varphi(T)$  - возрастающей функции  $T$  при данном влагосодержании [16]. Расчеты по формуле (41) показывают, что с увеличением температуры происходит интенсификация капиллярных перетоков.

Перенос влаги в виде пара происходит наряду с жидкофазным переносом, а также без последнего при потере жидкофазного контакта

между образцом и посредником. Заметим, что величина давления парогазовой фазы зависит от теплофизических и структурных факторов, в том числе, от удельной поверхности пор, объемного содержания фаз, коэффициента проницаемости. Направление переноса пара, а также интенсивность переноса могут быть определены путем исследования математической модели (1-39).

**Заключение.** Процесс адсорбционно-контактной сушки является многофакторным и нестационарным. Для изучения развития полей теплофизических переменных в пористой системе донора и акцептора, работы отдельных механизмов влагопереноса, а также выбора рациональных режимов АКС на основе методологии механики многофазных систем синтезирована математическая модель (1-39). Основным методом анализа данной нелинейной модели могут быть численные методы. Анализ сопряженной математической модели тепломассопереноса в составном теле донор-акцептор позволяет дать оценку физических и структурных факторов, определяющих характер процессов тепло- и массопереноса в рассматриваемом объекте при различных температурно-влажностных воздействиях.

### Литература

1. Современные подходы к исследованию и описанию процессов сушки пористых тел / Под ред. В.Н. Пармона. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2001. – 300 с.
2. Wei Wang, Guohua Chen, Arun S. Mujumdar Physical Interpretation of Solids Drying: An Overview on Mathematical Modeling Research // Drying Technology. – 2007. - V.25, №4. P. 659–668.
3. Шмитько Е.И., Суслов А.А., Усачев А.М. Новый способ повышения эффективности процессов сушки керамических изделий // Строительные материалы. – 2006. - №5. – С. 20-22.
4. Усачев А.М. Повышение эффективности процесса сушки сырца керамического кирпича пластического формования : Автореф. дис... канд. техн. наук. - Воронеж, 2006. - 24 с.
5. Лыков А.В. Теория сушки. – М. : Энергия, 1968. – 471 с.
6. Фенелонов В.Б. Введение в основы адсорбции и текстурологии. URL: [http://www.catalysis.ru/block/index.php?ID=5&SECTION\\_ID=207](http://www.catalysis.ru/block/index.php?ID=5&SECTION_ID=207) . Дата обращения: 01.04.2013
7. Боресков Г.К. Гетерогенный катализ. М. : Наука, 1986. – 303 с.

8. Прозоров Е.И., Ставров В.М., Чураев Н.В. Кинетика удаления жидкости из капиллярно-пористых тел, псевдооживленных пористыми частицами // Инженерно-физический журнал. - 1978. - Том 34. - С. 423-429.
9. Языков Н.А., Симонов А.Д., Фенелонов В.Б. Механизм массопереноса в процессе адсорбционно-контактной сушки материалов // Теоретические основы химической технологии. - 1997. – Том 31, №4. - С. 409 - 415.
10. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М. : Наука, 1978. – 336 с.
11. Дорняк О.Р. Тепломассоперенос в ненасыщенных коллоидных капиллярно-пористых анизотропных материалах: Автореф. дис... д-ра техн. наук. - Воронеж, 2007. - 32 с.
12. Дорняк О.Р. Аль Сарраджи С. Х. М. Математическая модель температурно-влажностного состояния парогазовой смеси в негерметичной камере с границами различной степени проницаемости // Лесотехнический журнал. - 2012. - №4. - С. 7 - 14.
13. Гринчик Н.Н. Процессы переноса в пористых средах, электролитах и мембранах. – Минск: АНК «Институт тепло–и массообмена» АН Беларуси, 1991. – 251 с.
14. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод [Текст] / П. Я. Полубаринова-Кочина. – М. : Наука, 1977. – 664 с.
15. Краткий физико-технический справочник: Справочник / Под редакцией К.П. Яковлева. Том 1. Математика. Физика. - М. : Изд-во физ-матем. лит., 1960. - 446с.
16. Никитина Л.М., Термодинамические параметры и коэффициенты массопереноса во влажных материалах. - М. : Энергия, 1968 – 500 с.

#### References

1. Sovremennye podhody k issledovaniyu i opisaniju processov sushki poristykh tel / Pod red. V.N. Parmona. – Novosibirsk : Izd-vo SO RAN, 2001. – 300 s.
2. Wei Wang, Guohua Chen, Arun S. Mujumdar Physical Interpretation of Solids Drying: An Overview on Mathematical Modeling Research // Drying Technology. – 2007. - V.25, №4. P. 659–668.
3. Shmit'ko E.I., Suslov A.A., Usachev A.M. Novyj sposob povysheniya jeffektivnosti processov sushki keramicheskikh izdelij // Stroitel'nye materialy. – 2006. - №5. – S. 20-22.
4. Usachev A.M. Povyshenie jeffektivnosti processa sushki syrca keramicheskogo kirpicha plasticheskogo formovaniya : Avtoref. dis... kand. tehn. nauk. - Voronezh, 2006. – 24 s.
5. Lykov A.V. Teorija sushki. – М. : Jenergija, 1968. – 471 s.
6. Fenelonov V.B. Vvedenie v osnovy adsorbicii i teksturologii. URL: [http://www.catalysis.ru/block/index.php?ID=5&SECTION\\_ID=207](http://www.catalysis.ru/block/index.php?ID=5&SECTION_ID=207) . Data obrashhenija: 01.04.2013
7. Boreskov G.K. Geterogennyj kataliz. М. : Nauka, 1986. – 303 s.
8. Prozorov E.I., Stavrov V.M., Churaev N.V. Kinetika udalenija zhidkosti iz kapilljarno-poristykh tel, psevdoozhizhennykh poristymi chasticami // Inzhenerno-fizicheskij zhurnal. - 1978. - Том 34. - S. 423-429.
9. Jazykov N.A., Simonov A.D., Fenelonov V.B. Mehanizm massoperenosa v processe adsorbcionno-kontaktnoj sushki materialov // Teoreticheskie osnovy himicheskoi tehnologii. - 1997. – Том 31, №4. - S. 409 - 415.
10. Nigmatulin R.I. Osnovy mehaniki geterogennykh sred. – М. : Nauka, 1978. – 336 s.
11. Dornjak O.R. Teplomassoperenos v nenasyshhennykh kolloidnykh kapilljarno-

poristyh anizotropnyh materialah: Avtoref. dis... d-ra tehn. nauk. - Voronezh, 2007. - 32 s.

12. Dornjak O.R. Al' Sarradzhi S. H. M. Matematicheskaja model' temperaturno-vlazhnostnogo sostojanija parogazovoj smesi v negermetichnoj kamere s granicami razlichnoj stepeni pronicaemosti // Lesotehnicheskij zhurnal. - 2012. - №4. - S. 7 - 14.

13. Grinchik N.N. Processy perenosa v poristyh sredah, jelektrolitah i membranah. – Minsk: ANK «Institut teplo–i massoobmena» AN Belarusi, 1991. – 251 s.

14. Polubarinova-Kochina P.Ja. Teorija dvizhenija gruntovyh vod [Tekst] / P. Ja. Polubarinova-Kochina. – M. : Nauka, 1977. – 664 s.

15. Kratkij fiziko-tehnicheskij spravocnik: Spravocnik / Pod redakciej K.P. Jakovleva. Tom 1. Matematika. Fizika. - M. : Izd-vo fiz-matem. lit., 1960. - 446s.

16. Nikitina L.M., Termodinamicheskie parametry i kojefficienty massoperenosa vo vlazhnyh materialah. - M. : Jenergija, 1968 – 500 s.