

УДК 629.114.2

UDC 629.114.2

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ДЕМПФИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО
ПРОЦЕССА ГИДРОПРИВОДА МЕХАНИЗМА
ПОВОРОТА КОЛОННЫ ЛЕСНОГО
МАНИПУЛЯТОРА**

**OPERATION DAMPING MATHEMATICAL
MODEL OF THE FOREST MANIPULATOR
COLUMNS SLEWING MECHANISM OF
HYDRAULIC ACTUATOR**

Долженко Сергей Валерьевич
аспирант

Dolzhenko Sergey Valerjevitch
postgraduate student

Попиков Пётр Иванович
д.т.н., профессор
*Воронежская государственная лесотехническая
академия, Воронеж, Россия*

Popikov Peter Ivanovich
Dr.Sci.Tech., professor
*Voronezh State Forestry Engineering Academy,
Voronezh, Russia*

Зубков Алексей Владимирович
аспирант
*Международный институт компьютерных
технологий, Воронеж, Россия*

Zubkov Aleksey Vladimirovich
postgraduate student
*International Institute of Computer Technologies,
Voronezh, Russia*

Рыкованова Екатерина Павловна
студентка
*Воронежский государственный университет,
Воронеж, Россия*

Ryikovanova Ekaterina Pavlovna
student
Voronezh State University, Voronezh, Russia

В статье представлена математическая модель
механизма поворота с дополнительным
демпфером

Mathematical model of the slewing mechanism with
additional damper is given in the article

Ключевые слова: ГИДРОМАНИПУЛЯТОР,
ДЕМПФЕР, ГИДРОУДАР, РАСКАЧИВАНИЕ
ГРУЗА

Keywords: HYDRAULIC MANIPULATOR,
DAMPER, HYDRAULIC SHOCK,
COUNTERBALANCE SWAYING

Управление режимами работы гидроманипуляторов, производящееся гидрораспределителем, в моменты резкой смены режимов приводит к раскачиванию груза и гидроударам в гидравлической системе манипулятора [1]. Раскачивание груза затрудняет его позиционирование и требует дополнительных затрат времени оператора. Проявляющийся гидроудар может вызвать разрыв рукавов высокого давления гидравлической системы или отрыв их от мест подсоединения. Одним из путей устранения гидроударов и уменьшения раскачивания груза является использование демпфера, встраиваемого в гидросистему манипулятора, который позволяет сгладить скачки давления [2].

Нами разработан механизм поворота колонны лесозаготовительного манипулятора с дополнительным гидромеханическим демпфером,

представленный на рисунке 1 [3]. На колонне 1 стрелового манипулятора, установленной на раме 2 лесозаготовительной машины, закреплена шестерня 3, находящаяся в зацеплении с зубчатой рейкой 4, имеющей на концах поршни гидроцилиндров 5 и 6. Поршни имеют демпфирующие устройства 7 и 8. В крышках 9 и 10 гидроцилиндров выполнены гнезда демпфирующих устройств 7 и 8 и соединенные каналами линий 11 и 12 с гидрораспределителем 13. Однако эти демпфирующие устройства срабатывают только в крайних положениях поршней.

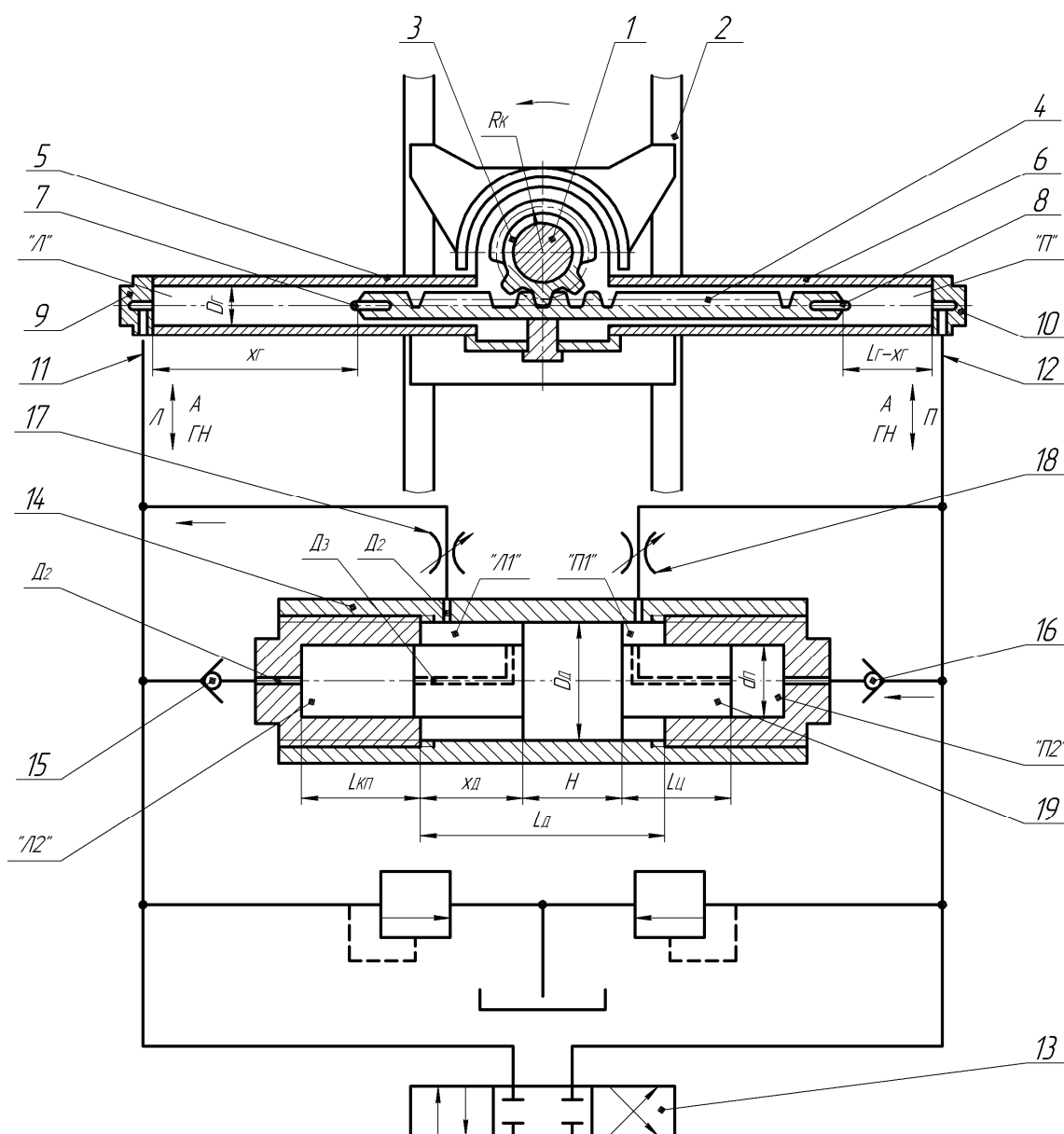


Рисунок 1 – Расчетная схема демпфера и гидроцилиндров поворота колонны

Поэтому к линиям 11 и 12 подключен дополнительный гидромеханический демпфер 14 через обратные клапаны 15 и 16 дроссели 17 и 18. В корпусе демпфера 14 размещен ступенчатый плунжер 19, в концевых частях которого выполнены дросселирующие каналы с калиброванными отверстиями.

Гидромеханический демпфер гасит колебания рабочей жидкости при остановках колонны в промежуточных положениях. Например, при повороте колонны вправо в режиме «остановка» гидролинии 11 и 12 становятся запертыми, в гидроцилиндре 7 в полости «Л» возрастает давление рабочей жидкости за счет инерционных сил, возникающих в колонне манипулятора, в захвате которого имеется пачка бревен. Жидкость из полости «Л» по гидролинии 11, через обратный клапан 15 поступает в полость «Л2» демпфера 14, перемещая плунжер 19 вправо. При этом жидкость из полости «П2» через дроссельное отверстие в плунжере и регулируемый дроссель 18 поступает в полость «П» гидроцилиндра 6, при этом всплеск давления рабочей жидкости гасится.

Для проверки эффективности демпфера и определения его оптимальных параметров была разработана имитационная компьютерная модель гидроманипулятора с демпфером, встроенным в гидросистему механизма поворота колонны. В качестве объекта исследования в данной работе был принят лесной гидроманипулятор ЛВ-184А-06, который серийно выпускается Майкопским машиностроительным заводом.

В рамках модели воспроизводятся физические процессы, происходящие в механической и гидравлической подсистемах манипулятора, оснащенного дополнительным демпфером. Устройство описывается системой дифференциальных и алгебраических уравнений.

В модели учитываются три механических процесса: вращательное движение колонны и стреловой группы манипулятора вокруг вертикальной оси (рисунок 2), поступательное движение плунжера вдоль

оси демпфера (рисунок 1), а также раскачивание груза G относительно точки крепления на стреле манипулятора [2, 4]. Для описания данных процессов используются уравнения классической динамики [5, 6].

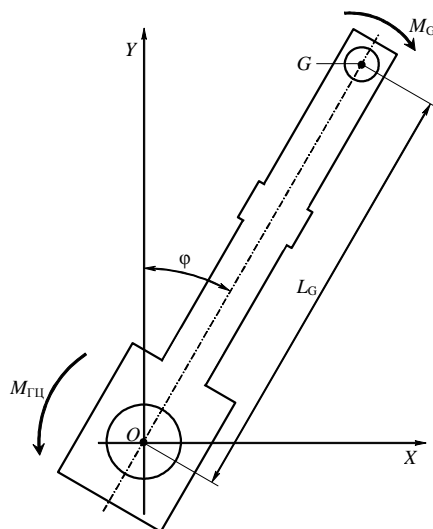


Рисунок 2 – Расчетная схема гидроманипулятора

Поворотная колонна манипулятора представляется в виде абсолютно твердого тела, вращающегося в горизонтальной плоскости XOY относительно вертикальной оси O . Угловое положение колонны задается углом φ , измеряемым от направления OY против хода часовой стрелки. Для описания поворота колонны используется основное уравнение динамики вращательного движения:

$$(1) \quad J \frac{d^2 j}{dt^2} = \sum_i M_i,$$

где J – момент инерции колонны относительно оси O ;

M_i – моменты сил различной природы.

Описание движения плунжера демпфера под воздействием нескомпенсированных давлений в целом базируется на использовании второго закона Ньютона:

$$m_D \frac{d^2 x_D}{dt^2} = \sum_i F_i, \quad (2)$$

где m_D – масса плунжера;

x_D – положение плунжера в демпфере (рисунок 1);

F_i – некоторые силы, действующие на плунжер.

В рамках данной модели гидравлическая система манипулятора, оснащенного демпфером, представляется в виде шести отдельных полостей, содержащих рабочую жидкость: полостей левого и правого поворотного гидроцилиндров (обозначены буквами "Л" и "П" на рисунке 1); полостей сброса рабочей жидкости демпфера "Л1" и "П1"; запираемых полостей демпфера "Л2" и "П2";

При перемещении поршней гидроцилиндров или плунжера демпфера изменяются объемы V_m соответствующих полостей (m означает индекс полости). Это приводит к изменению давлений P_m в полостях, причем данные изменения связаны зависимостью [7]:

$$\frac{dP_m}{dV_m} = -\frac{E}{V_m}, \quad (3)$$

где E – объемный модуль упругости рабочей жидкости.

Если давления в двух полостях, соединенных между собой, различаются, начинается перетекание рабочей жидкости, при этом расход Q_{ij} определяется по известной формуле:

$$Q_{ij} = k_{ij} \text{sign}(P_i - P_j) \sqrt{|P_i - P_j|}, \quad (4)$$

где i и j – индексы полостей;

k_{ij} – коэффициент дросселирования;

$\text{sign}(x)$ – функция, возвращающая знак переменной x .

Эта формула используется как для дросселей (коэффициент дросселирования достаточно велик), так и для трубопроводов (коэффициент дросселирования мал).

В модели считается, что все дросселирующие отверстия демпфера имеют круглое сечение, поэтому коэффициент дросселирования определяется через диаметр отверстия d_{ij} по формуле [5]:

$$k_{ij} = m \frac{\rho d_{ij}^2}{4} \sqrt{\frac{2}{r}},$$

(5)

где μ – коэффициент расхода;

ρ – плотность рабочей жидкости.

Возможность трубопроводов упруго расширяться под влиянием давления в модели непосредственно не учитывается, однако косвенно учитывается упругостью рабочей жидкости, то есть коэффициентом E .

Основную вычислительную сложность при компьютерном моделировании манипулятора представляют дифференциальные уравнения (1), (2), а также множество уравнений вида (3). Ориентируясь на использование вычислительных возможностей компьютера, расчет организован итерационным образом [8]. В каждом шаге просчитываются элементарные изменения системы - элементарный поворот колонны манипулятора, элементарное перемещение плунжера демпфера, элементарное перемещение груза. Распишем ниже, в какой последовательности производится расчет параметров системы на каждой итерации.

Расчет начинается с того, что по текущему значению угла φ поворота колонны определяется положение поршня x_{Γ} в левом гидроцилиндре:

$$x_{\Gamma} = x_{\Gamma 0} + j \cdot R_K , \quad (6)$$

где $x_{\Gamma 0}$ – положение поршня при $\varphi = 0$;

R_K – радиус шестерни реечной передачи вращения колонны.

Далее, зная положение x_{Γ} поршня левого гидроцилиндра и положение x_D плунжера демпфера, рассчитываем объемы полостей гидроцилиндра (V_L, V_{II}) и демпфера ($V_{II1}, V_{II2}, V_{III1}, V_{III2}$):

$$V_L = x_{\Gamma} \frac{pD_{\Gamma}^2}{4} ; \quad (7)$$

$$V_{II} = (L_{\Gamma} - x_{\Gamma}) \frac{pD_{\Gamma}^2}{4} ; \quad (8)$$

$$V_{II1} = x_D \frac{p(D_D^2 - d_{II}^2)}{4} ; \quad (9)$$

$$V_{II2} = (x_D + L_{KII} - L_{II}) \frac{pd_{II}^2}{4} ; \quad (10)$$

$$V_{III1} = (L_D - x_D - H) \frac{p(D_D^2 - d_{II}^2)}{4} ; \quad (11)$$

$$V_{III2} = (L_D + L_{KII} - x_D - H - L_{II}) \frac{pd_{II}^2}{4} , \quad (12)$$

где D_{Γ} – внутренний диаметр гидроцилиндра;

L_{Γ} – длина рабочей полости гидроцилиндра;

L_{KII} – длина запираемых полостей демпфера;

L_{II} – длина концевых частей демпфера;

D_D – внутренний диаметр демпфера;

d_{II} – диаметр запираемых полостей демпфера;

L_D – длина основной полости демпфера;

H – ширина средней части плунжера.

Изменение объемов полостей при перемещениях поршней и плунжера приводит к изменению давлений в полостях. Новые давления P_L , P_{II} , $P_{Л1}$, $P_{Л2}$, $P_{П1}$, $P_{П2}$, $P_{АЛ}$, $P_{АП}$ на k -м шаге интегрирования вычисляются по формуле (3), переписанной в конечных разностях следующим образом:

$$P_m^k = P_m^{k-1} - E \frac{V_m^k - V_m^{k-1}}{V_m^k}, \quad (13)$$

где индекс m означает полость, в которой вычисляется давление, и может принимать значения "Л", "П", "Л1", "Л2", "П1", "П2".

После расчета новых давлений в полостях некоторые давления, будучи довольно малыми на предыдущем шаге, могут на шаге k стать отрицательными. В этом случае производится их корректировка, то есть, если $P_m^k < 0$, то производится присваивание $P_m^k = 0$.

Далее в компьютерном расчете производится учет перетекания жидкости из одной полости в другую под влиянием разности соответствующих давлений. С учетом гидравлической схемы системы (рисунок 1) возможны следующие варианты перетекания жидкости:

- перетекание "Л" → "Л1":

$$\text{если } P_L > P_{Л1}, \text{ то } \begin{cases} V_L = V_L - k_{ЛЛ1} \sqrt{P_L - P_{Л1}} \Delta t; \\ V_{Л1} = V_{Л1} + k_{ЛЛ1} \sqrt{P_L - P_{Л1}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "Л1" → "Л":

$$\text{если } P_{Л1} > P_L, \text{ то } \begin{cases} V_L = V_L + k_{ЛЛ1} \sqrt{P_{Л1} - P_L} \Delta t; \\ V_{Л1} = V_{Л1} - k_{ЛЛ1} \sqrt{P_{Л1} - P_L} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "Л" → "Л2":

$$\text{если } P_L > P_{Л2}, \text{ то } \begin{cases} V_L = V_L - k_{ЛЛ2} \sqrt{P_L - P_{Л2}} \Delta t; \\ V_{Л2} = V_{Л2} + k_{ЛЛ2} \sqrt{P_L - P_{Л2}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "Л1" → "Л2":

$$\text{если } P_{Л1} > P_{Л2} \text{ , то } \begin{cases} V_{Л1} = V_{Л1} - k_{Л1Л2} \sqrt{P_{Л1} - P_{Л2}} \Delta t; \\ V_{Л2} = V_{Л2} + k_{Л1Л2} \sqrt{P_{Л1} - P_{Л2}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "Л2" → "Л1":

$$\text{если } P_{Л2} > P_{Л1} \text{ , то } \begin{cases} V_{Л1} = V_{Л1} + k_{Л2Л1} \sqrt{P_{Л2} - P_{Л1}} \Delta t; \\ V_{Л2} = V_{Л2} - k_{Л2Л1} \sqrt{P_{Л2} - P_{Л1}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "П" → "П1":

$$\text{если } P_{П} > P_{П1} \text{ , то } \begin{cases} V_{П} = V_{П} - k_{ПП1} \sqrt{P_{П} - P_{П1}} \Delta t; \\ V_{П1} = V_{П1} + k_{ПП1} \sqrt{P_{П} - P_{П1}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "П1" → "П":

$$\text{если } P_{П1} > P_{П} \text{ , то } \begin{cases} V_{П} = V_{П} + k_{ПП1} \sqrt{P_{П1} - P_{П}} \Delta t; \\ V_{П1} = V_{П1} - k_{ПП1} \sqrt{P_{П1} - P_{П}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "П" → "П2":

$$\text{если } P_{П} > P_{П2} \text{ , то } \begin{cases} V_{П} = V_{П} - k_{ПП2} \sqrt{P_{П} - P_{П2}} \Delta t; \\ V_{П2} = V_{П2} + k_{ПП2} \sqrt{P_{П} - P_{П2}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "П1" → "П2":

$$\text{если } P_{П1} > P_{П2} \text{ , то } \begin{cases} V_{П1} = V_{П1} - k_{П1П2} \sqrt{P_{П1} - P_{П2}} \Delta t; \\ V_{П2} = V_{П2} + k_{П1П2} \sqrt{P_{П1} - P_{П2}} \Delta t; \end{cases}$$

- перетекание "П2" → "П1":

$$\text{если } P_{П2} > P_{П1} \text{ , то } \begin{cases} V_{П1} = V_{П1} + k_{П2П1} \sqrt{P_{П2} - P_{П1}} \Delta t; \\ V_{П2} = V_{П2} - k_{П2П1} \sqrt{P_{П2} - P_{П1}} \Delta t. \end{cases}$$

Рассчитанные таким образом объемы перетекающей жидкости затем корректируются с учетом пропускной способности соответствующих трубопроводов.

В режимах "поворот колонны влево" и "поворот колонны вправо" необходимо учитывать не только перетекание жидкости из полости в полость, но и поступление жидкости от гидронасоса и слив жидкости в сливную магистраль.

В режиме "поворот колонны влево" предварительно рассчитываются предполагаемые расходы жидкости:

- поступление "ГН" → "Л": если $P_{ГН} > P_{Л}$, то $Q_{ГНЛ} = k_{ГНЛ} \sqrt{P_{ГН} - P_{Л}}$;

- поступление "ГН" → "Л1": если $P_{ГН} > P_{Л1}$, то $Q_{ГНЛ1} = k_{ГНЛ1} \sqrt{P_{ГН} - P_{Л1}}$;

- поступление "ГН" → "Л2": если $P_{ГН} > P_{Л2}$, то $Q_{ГНЛ2} = k_{ГНЛ2} \sqrt{P_{ГН} - P_{Л2}}$.

Если суммарный расход $Q_{ГНЛ} + Q_{ГНЛ1} + Q_{ГНЛ2}$ превышает номинальный расход гидронасоса $Q_{ном}$, производится корректировка расходов:

$$Q_{ГНЛ} = Q_{ГНЛ} \frac{Q_{ном}}{Q_{ГНЛ} + Q_{ГНЛ1} + Q_{ГНЛ2}}; \quad (14)$$

$$Q_{ГНЛ1} = Q_{ГНЛ1} \frac{Q_{ном}}{Q_{ГНЛ} + Q_{ГНЛ1} + Q_{ГНЛ2}}; \quad (15)$$

$$Q_{ГНЛ2} = Q_{ГНЛ2} \frac{Q_{ном}}{Q_{ГНЛ} + Q_{ГНЛ1} + Q_{ГНЛ2}}. \quad (16)$$

После корректировки вычисляются новые объемы жидкости в полостях:

- если $P_{ГН} > P_{Л}$, то $V_{Л} = V_{Л} + Q_{ГНЛ}$;

- если $P_{ГН} > P_{Л1}$, то $V_{Л1} = V_{Л1} + Q_{ГНЛ1}$;

- если $P_{ГН} > P_{Л2}$, то $V_{Л2} = V_{Л2} + Q_{ГНЛ2}$.

В то время как в "левые" полости гидроцилиндра и демпфера гидронасос подает жидкость, из "правых" полостей жидкость поступает в сливную магистраль:

- слив "П" → "А": если $P_{II} > P_A$, то $V_{II} = V_{II} - k_{IIA} \sqrt{P_{II} - P_A} \Delta t$;

- слив "П1" → "А": если $P_{II1} > P_A$, то $V_{II1} = V_{II1} - k_{II1A} \sqrt{P_{II1} - P_A} \Delta t$.

Аналогично производятся расчеты в режиме "поворот колонны вправо". Предварительно рассчитываются предполагаемые расходы жидкости:

- поступление "ГН" → "П": если $P_{ГН} > P_{II}$, то $Q_{ГНП} = k_{ГНП} \sqrt{P_{ГН} - P_{II}}$;

- поступление "ГН" → "П1": если $P_{ГН} > P_{II1}$, то $Q_{ГНП1} = k_{ГНП1} \sqrt{P_{ГН} - P_{II1}}$;

- поступление "ГН" → "П2": если $P_{ГН} > P_{II2}$, то $Q_{ГНП2} = k_{ГНП2} \sqrt{P_{ГН} - P_{II2}}$.

Если $Q_{ГНП} + Q_{ГНП1} + Q_{ГНП2} > Q_{ном}$, то:

$$Q_{ГНП} = Q_{ГНП} \frac{Q_{ном}}{Q_{ГНП} + Q_{ГНП1} + Q_{ГНП2}}; \quad (17)$$

$$Q_{ГНП1} = Q_{ГНП1} \frac{Q_{ном}}{Q_{ГНП} + Q_{ГНП1} + Q_{ГНП2}}; \quad (18)$$

$$Q_{ГНП2} = Q_{ГНП2} \frac{Q_{ном}}{Q_{ГНП} + Q_{ГНП1} + Q_{ГНП2}}. \quad (19)$$

После корректировки вычисляются новые объемы жидкости:

- если $P_{ГН} > P_{II}$, то $V_{II} = V_{II} + Q_{ГНП}$;

- если $P_{ГН} > P_{II1}$, то $V_{II1} = V_{II1} + Q_{ГНП1}$;

- если $P_{ГН} > P_{II2}$, то $V_{II2} = V_{II2} + Q_{ГНП2}$.

Слив жидкости из "левых" полостей учитывается в расчете следующим образом:

- слив "Л" → "А": если $P_L > P_A$, то $V_L = V_L - k_{ЛА} \sqrt{P_L - P_A} \Delta t$;

- слив "Л1" → "А": если $P_{Л1} > P_A$, то $V_{Л1} = V_{Л1} - k_{Л1А} \sqrt{P_{Л1} - P_A} \Delta t$.

Полученные текущие значения объемов жидкости $V_L, V_{П1}, V_{Л1}, V_{Л2}, V_{П2}, V_{АЛ}, V_{АП}$ в полостях используются на следующем шаге интегрирования $k + 1$ для нового расчета давлений P_m по формулам (4).

По известным давлениям в полостях демпфера рассчитываются силы, действующие на плунжер, и затем рассчитывается новое положение и скорость плунжера. Уравнение движения плунжера с учетом определенных давлений может быть записано следующим образом:

$$\frac{d^2 x_D}{dt^2} = \frac{1}{m_D} \left(P_{Л1} \frac{p(D_D^2 - d_{П}^2)}{4} + P_{Л2} \frac{pd_{П}^2}{4} + c_{П} \begin{cases} 0, & x_D \geq l_{П} \\ l_{П} - x_D, & x_D < l_{П} \end{cases} - \right. \\ \left. - P_{П1} \frac{p(D_D^2 - d_{П}^2)}{4} - P_{П2} \frac{pd_{П}^2}{4} - c_{П} \cdot \begin{cases} 0, & L_D - x_D - H \geq l_{П} \\ l_{П} - L_D + x_D + H, & L_D - x_D - H < l_{П} \end{cases} - \frac{dx_D}{dt} k_D \right), \quad (20)$$

где k_D – коэффициент вязкого трения плунжера при перемещениях в демпфере;

$c_{П}$ – жесткость внутренней пружины-упора;

$l_{П}$ – свободная длина внутренней пружины-упора.

Для интегрирования уравнения (20) используется численный метод – модифицированный метод Эйлера:

$$\ddot{x}_D^k = \frac{1}{m_D} \left(P_{Л1}^{k-1} \frac{p(D_D^2 - d_{П}^2)}{4} + P_{Л2}^{k-1} \frac{pd_{П}^2}{4} + c_{П} \cdot \begin{cases} 0, & x_D^{k-1} \geq l_{П} \\ l_{П} - x_D^{k-1}, & x_D^{k-1} < l_{П} \end{cases} - \right. \\ \left. - P_{П1}^{k-1} \frac{p(D_D^2 - d_{П}^2)}{4} - P_{П2}^{k-1} \frac{pd_{П}^2}{4} - c_{П} \cdot \begin{cases} 0, & L_D - x_D^{k-1} - H \geq l_{П} \\ l_{П} - L_D + x_D^{k-1} + H, & L_D - x_D^{k-1} - H < l_{П} \end{cases} - \dot{x}_D^{k-1} k_D \right); \quad (21)$$

$$x_D^k = x_D^{k-1} + \dot{x}_D^{k-1} \Delta t + \frac{\ddot{x}_D^{k-1} (\Delta t)^2}{2}; \quad (22)$$

$$\dot{x}_D^k = \dot{x}_D^{k-1} + \ddot{x}_D^{k-1} \Delta t, \quad (23)$$

где k и $k-1$ – текущий и предыдущий шаги интегрирования соответственно.

По сравнению с базовым методом Эйлера, имеющим первый порядок погрешности, данный метод имеет третий порядок погрешности для координаты и второй для скорости, а сама вычислительная схема (22, 23) является эффективной и устойчивой [8].

Основное уравнение вращательного движения для колонны имеет вид:

$$J \frac{d^2 j}{dt^2} = M_{ГЦ} - M_G - M_{ТР} - k_{ТК} \frac{dj}{dt} + M_Y + M_B, \quad (24)$$

где J – момент инерции колонны;

$M_{ГЦ}$ – момент, сообщаемый поворотной колонне гидроцилиндром;

M_G – момент со стороны приводимого в движение груза;

$M_{ТР}$ – момент сил трения в подшипниках колонны;

$k_{ТК}$ – приведенный коэффициент вязкого трения в гидроцилиндрах поворота;

M_Y – момент сил от уклона местности;

M_B – момент сил от ветровой нагрузки.

Для расчета момента инерции колонны, последнюю можно считать телом, состоящим из двух частей более-менее правильной геометрической формы: стрелы, которую можно рассматривать как однородный стержень массой m_C и длиной L_G , и основания колонны, которое можно упрощенно представить в виде сплошного цилиндра, массой $m_{ОК}$ и радиусом $R_{ОК}$. С

учетом введенных допущений момент инерции рассчитывается по известным формулам:

$$J = \frac{1}{3}m_C L_G^2 + \frac{1}{2}m_{OK} R_{OK}^2 . \quad (25)$$

Крутящий момент со стороны гидроцилиндров поворота рассчитывается по формуле:

$$M_{ГЦ} = F_{ГЦ} \cdot R_K , \quad (26)$$

где сила со стороны гидроцилиндров поворота $F_{ГЦ}$ рассчитывается по формуле:

$$F_{ГЦ} = (P_{Л} - P_{П}) \frac{\rho D_{Г}^2}{4} . \quad (27)$$

Момент со стороны груза M_G рассчитывается следующим образом:

$$M_G = L_G (-F_{GX} \cdot \sin j + F_{GY} \cdot \cos j) , \quad (28)$$

где F_{GX} и F_{GY} – декартовы составляющие силы, оказываемой на стрелу со стороны груза.

Таким образом, окончательное уравнение вращательного движения колонны можно записать следующим образом.

$$\frac{d^2 j}{dt^2} = \frac{1}{\frac{1}{3}m_C L_G^2 + \frac{1}{2}m_{OK} R_{OK}^2} \left(R_K (P_{Л} - P_{П}) \frac{\rho D_{Г}^2}{4} - L_G (-F_{GX} \cdot \sin j + F_{GY} \cdot \cos j) - M_{ТП} - k_{ТК} \frac{dj}{dt} + M_Y + M_B \right) . \quad (29)$$

В процессе численного интегрирования используется конечно-разностная схема уравнения (29), согласно модифицированному методу Эйлера:

$$\ddot{j}^k = \frac{1}{\frac{1}{3}m_C L_G^2 + \frac{1}{2}m_{OK} R_{OK}^2} \left(R_K (P_{II}^{k-1} - P_{II}^{k-1}) \frac{PD_G^2}{4} - L_G (F_{GY}^{k-1} \cdot \cos j^{k-1} - F_{GX}^{k-1} \cdot \sin j^{k-1}) - M_{TP}^{k-1} - k_{TK} \dot{j}^{k-1} + M_Y^{k-1} + M_B^{k-1} \right); \quad (30)$$

$$j^k = j^{k-1} + \dot{j}^{k-1} \Delta t + \frac{\ddot{j}^k (\Delta t)^2}{2}; \quad (31)$$

$$\dot{j}^k = \dot{j}^{k-1} + \ddot{j}^k \Delta t. \quad (32)$$

Груз в модели упрощенно представляется в виде материальной точки массой m_M . Груз (точка M) взаимодействует со стрелой (точка G) посредством невесомого вязкоупругого стержня, имитирующего устройство захвата. В соответствии с законом динамики поступательного движения можно записать векторное уравнение движения груза:

$$\frac{d^2 \vec{r}_M}{dt^2} = \frac{1}{m_M} \left(\left(-c_M (GM - L_M) - d_M \frac{d(GM - L_M)}{dt} \right) \frac{\vec{GM}}{GM} + m_M \mathbf{g} \right), \quad (33)$$

где \vec{r}_M – радиус-вектор точки M в декартовой системе координат XYZ ;

c_M и d_M – коэффициенты жесткости и вязкости вязкоупругого взаимодействия посредством устройства захвата;

\vec{GM} – вектор, исходящий из точки G и оканчивающийся в точке M ;

GM – расстояние между точками G и M ;

\mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения.

В последнем уравнении выражение, стоящее во внешних скобках, представляет собой силу, действующую на груз. Противоположная ей сила действует со стороны груза на стрелу:

$$\vec{F}_G = \left(c_M (GM - L_M) + d_M \frac{d(GM - L_M)}{dt} \right) \frac{\vec{GM}}{GM} - m_M \mathbf{g}. \quad (34)$$

Составляющие последней силы F_{GX} и F_{GY} участвуют в приведенном выше уравнении вращательного движения поворотной колонны.

Таким образом, общая система уравнений, описывающая работу манипулятора в целом, имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x_D}{dt^2} = \frac{1}{m_D} \left(P_{П1} \frac{p(D_D^2 - d_{П1}^2)}{4} + P_{П2} \frac{p d_{П1}^2}{4} + c_{П1} \cdot \begin{cases} 0, & x_D \geq l_{П1} \\ l_{П1} - x_D, & x_D < l_{П1} \end{cases} - \right. \\ \left. - P_{П1} \frac{p(D_D^2 - d_{П1}^2)}{4} - P_{П2} \frac{p d_{П1}^2}{4} - c_{П1} \cdot \begin{cases} 0, & L_D - x_D - H \geq l_{П1} \\ l_{П1} - L_D + x_D + H, & L_D - x_D - H < l_{П1} \end{cases} - \frac{dx_D}{dt} k_D \right) \\ \frac{d^2 j}{dt^2} = \frac{1}{\frac{1}{3} m_C L_G^2 + \frac{1}{2} m_{OK} R_{OK}^2} \left(R_K (P_{Л1} - P_{П1}) \frac{p D_{Г1}^2}{4} - L_G (-F_{GX} \cdot \sin j + F_{GY} \cdot \cos j) - M_{TP} - k_{TK} \frac{dj}{dt} + M_Y + M_B \right) \\ \frac{d^2 \vec{r}_M}{dt^2} = - \frac{\vec{F}_G}{m_M}; \\ \vec{F}_G = \left(c_M (GM - L_M) + d_M \frac{d(GM - L_M)}{dt} \right) \frac{\vec{GM}}{GM} - m_M \vec{g}. \end{array} \right.$$

Для решения системы дифференциальных уравнений, положенной в основу модели, и для проведения различных компьютерных экспериментов с моделью составлена компьютерная программа "Программа для моделирования гидроманипулятора, оснащенного демпфером гидросистемы" на языке Object Pascal в интегрированной среде программирования Borland Delphi 7.0. Получено свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2009610503. Решение системы уравнений производится путем численного интегрирования, при этом выводятся временные зависимости основных параметров, характеризующих работу манипулятора и демпфера: давлений в полостях поворотных гидроцилиндров $P_{П1}(t)$ и $P_{Л1}(t)$, положения плунжера демпфера $x_D(t)$, угла поворота колонны $\varphi(t)$, тангенциальных и радиальных колебаний груза $\Delta l_r(t)$, $\Delta l_r(t)$.

Список литературы

1. Хуако З.А. Исследование влияния раскачивания груза при вращении колонны на производительность и динамическую нагруженность механизмов манипулятора // 70 лет кафедре механизации лесного хозяйства и проектирования машин Воронежской государственной лесотехнической академии: Межвуз. сб. науч. тр. – Воронеж, 2007. – С. 230.

2. Бартенев И.М. Гидроманипуляторы и лесное технологическое оборудование / И.М. Бартенев, З.К. Емтыль, А.П. Татаренко, М.В. Драпалюк, П.И. Попиков, Л.Д. Бухтояров. – М.: ФЛИНТА: Наука, 2011. – 408 с.
3. А. с. 1792910 СССР, М. Кл. В 66 С 13/42. Механизм поворота колонны стрелового манипулятора [Текст] / А.П. Нестеров, П.И. Попиков, В.В. Волышко; (СССР). - № 4835090/29; заяв. 13.04.90; опубл. 07.02.93, Бюл. № 5. - 5 с.: ил.\
4. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: учебное пособие – М.: Высш. шк., 1998. – 319 с.
5. Моделирование сельскохозяйственных агрегатов и их систем управления: учеб. для вузов / под ред. А. Б. Лурье. – Л.: Колос. Ленингр. отд-ние, 1979. – 312 с.
6. Расчет и проектирование строительных и дорожных машин на ЭВМ /Под ред. Е.Ю. Малиновского. – М.: Машиностроение, 1980. – 216 с.
7. Элементы гидропривода (Справочник). Изд. 2-е, перераб. и доп. /Е.И. Абрамов, К.А. Колесниченко, В.Т. Маслов. – Киев: Техника, 1977. – 320 с.
8. Инженерные расчеты на ЭВМ: Справочное пособие / Под ред. В.А. Троицкого. – Л.: Машиностроение, 1979. – 288 с.