

УДК 519.711.3

UDC 519.711.3

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ И ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНО ДВИЖУЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТОЛЬКО УГЛОМЕРНОЙ ИНФОРМАЦИИ**METHOD OF DETECTION OF COORDINATES AND MOTION PARAMETERS FOR NONLINEAR MOTION OBJECT USING BEARINGS-ONLY INFORMATION**

Пюнинен Сергей Александрович
*Северо-западный государственный заочный
технический университет, Санкт-Петербург,
Россия*

Puunninen Sergei Alexandrovich
*North-West State Technical Universities,
St. Petersburg, Russia*

В статье рассмотрен метод расчета оценки траектории нелинейно движущегося объекта с использованием только угломерной информации. Метод обладает свойствами непрерывности, робастности и позволяет повысить точность определения параметров движения по сравнению с существующими методами

The article describes the method of calculating the estimation trajectory of a nonlinear moving object using bearings-only information. The method has the properties of continuity, robustness, and improves the accuracy detection of the parameters motion in comparison with existing methods

Ключевые слова: ТРАЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ, АПРОКСИМАЦИЯ, НЕЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ, УГЛОМЕРНАЯ ИНФОРМАЦИЯ, ПАРАМЕТРЫ ДВИЖЕНИЯ

Keywords: TRAJECTORY ANALYSIS, APPROXIMATION, NONLINEAR MOTION, BEARINGS-ONLY INFORMATION, MOTION PARAMETERS

Одними из наиболее сложных видов алгоритмов в навигационных системах, являются алгоритмы определения координат и параметров движения объектов (КПДО) по угломерной информации [1,2,5]. На сегодняшний день, существует несколько математических методов пригодных для реализации указанных алгоритмов, при этом каждый из них обладает рядом существенных ограничений в области определения КПДО нелинейно движущихся объектов [3,4,6,7]. Применение методов системного анализа позволило нам сформулировать новую постановку задачи и выработать на её основе новый метод решения, обладающий рядом существенных преимуществ.

Постановка задачи

Объект наблюдения (ОН) движется в двумерном пространстве по гладкой траектории, которая представляет собой функцию вектора

координат от времени, и включает в себе всю полноту информации о положении, параметрах и характере движения наблюдаемого объекта.

Траектория наблюдателя, описывается аналогичной функцией, полагающейся известной и адекватной реальным положению и параметрам движения наблюдателя.

В дискретные моменты времени t_i , выбранные на равномерной сетке с началом координат t_0 и шагом Δt , наблюдатель осуществляет измерение угла пеленга на объект наблюдения $P(t)$. Под углом пеленга понимается угол между направлением на север и направлением на объект наблюдения.

Наблюдение угла пеленга производится с некоторой ошибкой - называемой ошибкой измерений и считающейся распределенной по нормальному закону распределения [2].

Необходимо по данным наблюдения восстановить траекторию движения цели с заданной точностью.

Метод N-полиномов

Задача построения траектории объекта наблюдения представляет собой задачу построения функции аппроксимирующей некие дискретные значения, полученные в результате обработки наблюдений.

Для решения этой задачи требуется ввести функцию реализующую связь данных наблюдения с оцениваемыми параметрами.

Сделаем это посредством задания уравнения прямой, проходящей через позиции наблюдателя и ОН и являющейся линией пеленга (рисунок 1).

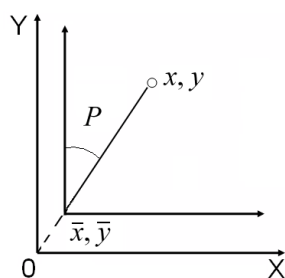


Рисунок 1. Определение линии пеленга на ОН.
 \bar{x}, \bar{y} – координаты наблюдателя, x, y – координаты ОН, P – угол пеленга на ОН.

Уравнение прямой имеет вид:

$$y_i - \bar{y}_i = k_i(x_i - \bar{x}_i), \quad (1)$$

где k_i – линейный угловой коэффициент.

Будем полагать, что наблюдатель движется по траектории, описываемой функциями $\bar{x} = \bar{x}(t)$, $\bar{y} = \bar{y}(t)$.

Для нахождения функции траектории движения объекта построим аппроксимирующие функции координат от времени наблюдения $x = x(t)$, $y = y(t)$, выражая их посредством линейной комбинации ортогональных многочленов, например полиномов:

$$\begin{cases} x(t) = a_0T_0(t) + a_1T_1(t) + \dots + a_nT_n(t) \\ y(t) = b_0T_0(t) + b_1T_1(t) + \dots + b_nT_n(t), \end{cases} \quad (2)$$

где

$T_n(t)$ – полиномы Чебышева 1-го или 2-го рода [8];

$t \in [-1;1]$ – приведенное время наблюдения.

Сетку дискретизации для каждого из $i \in [1, m]$ измерений рассчитаем по формуле:

$$t_i = \frac{2t_i - t_1 - t_m}{t_m - t_1}, \quad (3)$$

где t_i - время i -того наблюдения, t_1 - время первого наблюдения, t_m - время последнего наблюдения.

В ходе решения задачи, мы получаем данные о положении наблюдаемого объекта в виде углов пеленга P_i , которые затем

преобразуются в угловые коэффициенты k_i для уравнения (1) следующим образом:

$$k_i = \operatorname{tg}\left(\frac{P}{2} - P_i\right) = \operatorname{ctg}(P_i), \quad (4)$$

В силу вычислительных особенностей тригонометрических функций, присутствующий в данных наблюдения углов пеленга шум оказывает неравномерное воздействие на точность вычислений при различных значениях аргумента функции.

Для минимизации влияния шумовых возмущений для каждого уравнения наблюдения будем осуществлять тождественное преобразование координат, поворачивающее базовую систему координат таким образом, чтобы углы наблюдения в новой системе координат были близки к 0° .

Для этого, осуществим поворот координат на угол a , который будем выбирать таким образом, чтобы $a = p/2 - P_i$. При этом угловой коэффициент k_i в уравнении (1) примет вид:

$$k_{ai} = \operatorname{tg}\left(\frac{P}{2} - (P_i + a_i)\right) = \operatorname{ctg}(P_i + a_i) = \operatorname{ctg}(p/2) = 0, \quad (5)$$

Запишем координаты объекта наблюдения в системе повернутых координат

$$\begin{cases} x_{ai} = x_i \cos(a_i) + y_i \sin(a_i) \\ y_{ai} = y_i \cos(a_i) - x_i \sin(a_i). \end{cases} \quad (6)$$

Аналогичные преобразования выполним и для координат наблюдателя.

Переписав уравнение (1) для повернутой системы координат и сгруппировав известные члены в правую часть, получим:

$$y_{ai} - k_{ai} x_{ai} = \bar{y}_{ai} - k_{ai} \bar{x}_{ai}. \quad (7)$$

Учитывая (5) и подставив (6) в (7) получим:

$$y_i \cos(a_i) - x_i \sin(a_i) = \bar{y}_i \cos(a_i) - \bar{x}_i \sin(a_i). \quad (8)$$

Обозначим $B_i = \cos(a_i)$, $C_i = \sin(a_i)$.

Для удобства запишем (8) как :

$$B_i y_i - C_i x_i = B_i \bar{y}_i - C_i \bar{x}_i. \quad (9)$$

Подставив аппроксимирующие функции (2) в (9) для каждого из произведенных наблюдений, а затем, преобразовав полученную систему к матричному виду, получим матричное уравнение:

$$AX = F, \quad (10)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} B_1 T_0(t_1) \mathbf{L} B_1 T_n(t_1) & -C_1 T_0(t_1) \mathbf{L} & -C_1 T_n(t_1) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ B_m T_0(t_m) \mathbf{L} B_m T_n(t_m) & -C_m T_0(t_m) \mathbf{L} & -C_m T_n(t_m) \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$X = (b_0 \mathbf{L} b_n, a_0 \mathbf{L} a_n)^T; \quad (12)$$

$$F = \begin{pmatrix} B_1 \bar{y}_1(t_1) - C_1 \bar{x}_1(t_1) \\ \mathbf{M} \\ B_m \bar{y}_m(t_m) - C_m \bar{x}_m(t_m) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Здесь (11) представляет собой матрицу наблюдений, а (13) вектор столбец, содержащий координаты наблюдателя.

Решив систему (10) относительно X, мы найдем коэффициенты $b_0 \mathbf{L} b_n, a_0 \mathbf{L} a_n$.

Подставив найденные коэффициенты (2), мы получим искомые функции, определяющие траекторию движения объекта наблюдения.

Применение системы ортогональных полиномов Чебышева позволяет вести наблюдения за объектом на равномерной временной сетке, при этом количество измерений может превышать $2 \cdot n$, где n - степень полинома, аппроксимирующего траекторию объекта.

В данном случае, необходимо привести матрицу A к квадратному виду. Для решения данной задачи воспользуемся широко применяемым методом наименьших квадратов, который позволит осуществить дополнительную фильтрацию измерений. В результате система (10) примет вид:

$$A^T A X = A^T F. \quad (14)$$

Дальнейшее решение системы осуществляется аналогично решению системы (10).

Сравнительный анализ точности определение параметров движения для исследуемых методов

Далее приведем основные результаты сравнительного моделирования ошибки определения дистанции до наблюдаемого объекта по методу N-пеленгов и Методу N- полиномов.

На рисунках 2-5 представлены результаты для различных типов движения объекта наблюдения.

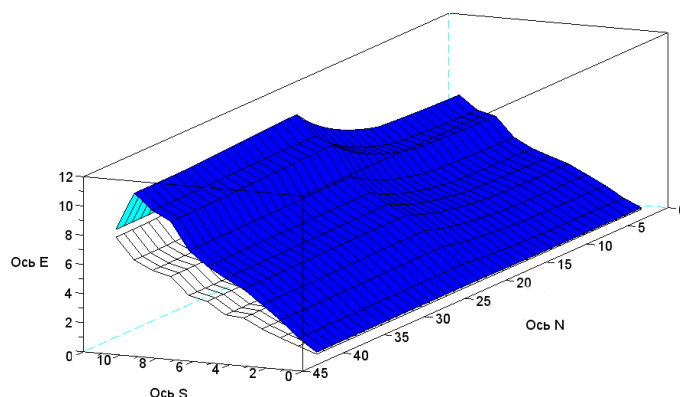
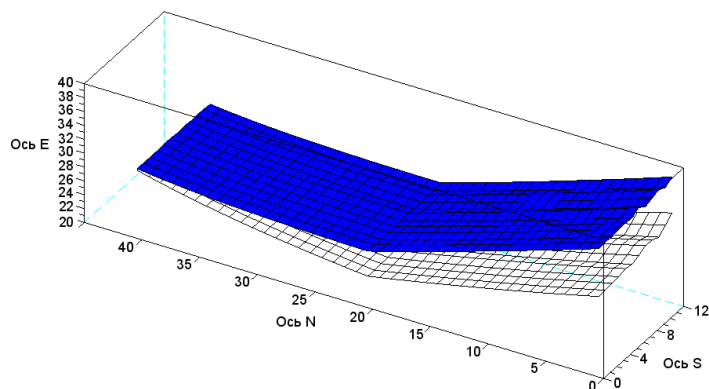
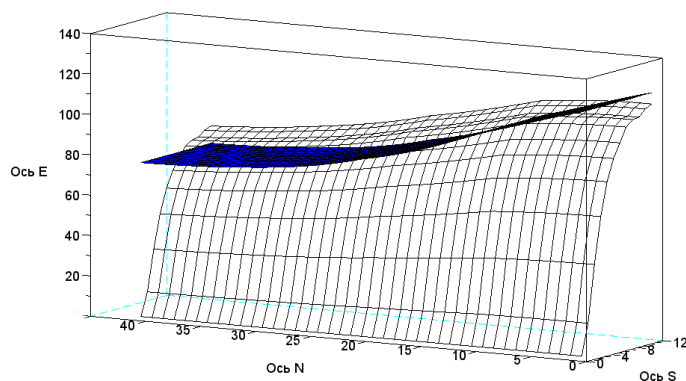


Рисунок 2. Ошибка определения дистанции до ОН, при равномерном прямолинейном движении.

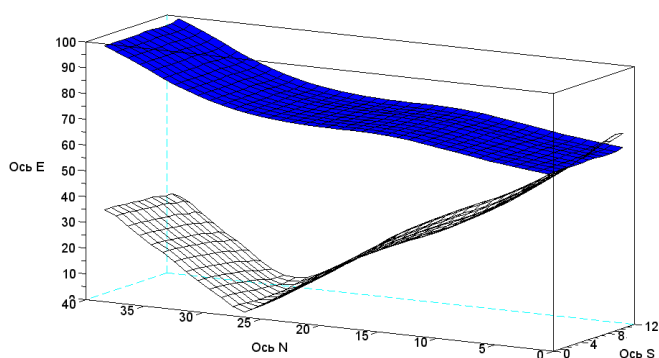
**Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов;
Каркасная поверхность – метод N-полиномов.**



**Рисунок 3. Ошибка определения дистанции до ОН при равноускоренном прямолинейном движении.
Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов;
Каркасная поверхность – метод N-полиномов.**



**Рисунок 4. Ошибка определения дистанции до ОН при нелинейном движении.
Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов;
Каркасная поверхность – метод N-полиномов.**



**Рисунок 5. Ошибка определения дистанции до ОН при равномерном движении с изменением курса.
Заштрихованная поверхность – метод N-пеленгов;
Каркасная поверхность – метод N-полиномов.**

Распределение осей на графиках 2-5:

- Ось N- порядковый номер дискретного наблюдения;
- Ось S- максимальный уровень шума при наблюдении угла пеленга (в угловых минутах);
- Ось E- ошибка определения дистанции (в % от дальности до ОН).

Для каждого, представленного на графике типа движения расчет произведен по данным серии из 1000 вычислительных экспериментов.

Параметры экспериментов: моделирование шума определения угла наблюдения по нормальному закону с макс. уровнем шума – 60', время наблюдения – 600 с., период дискретных наблюдений – 15 с., начальная дистанция до наблюдаемого объекта – 3000 м.

Рис. 2 показывает практическую эквивалентность исследуемых методов для случая равномерного прямолинейного движения ОН. Из приведенных на рис. 3-5 графиков видно, существенное улучшение точности определения дистанции при использовании метода N-полиномов для нелинейно движущегося объекта.

Сводные данные по проведенным сравнительным исследованиям точности определения КПДО для различных типов движения, приведены в Таблице 1.

Таблица 1 - СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КПДО ПО МЕТОДУ N-ПЕЛЕНГОВ И МЕТОДУ N-ПОЛИНОМОВ

Тип движения объекта	Макс. уровень шума, угл. мин.	Ошибка определения дистанции, %		Ошибка определения модуля скорости, %	
		Метод N-пеленгов	Метод N-полиномов	Метод N-пеленгов	Метод N-полиномов
Равномерное прямолинейное	10`	0,02-3	0,01-1,5	0,01 -1,5	0,01 -1,3
	60`	3-8	2,5-6	3-12	2,5 -8
Равноускоренное прямолинейное	10`	15-80	1-40	25-100	1-30
	60`	35-190	15-80	35-150	17-90
По параболе с постоянным ускорением	10`	60-350	10-40	60-280	5-32
	60`	80-420	25-65	70-350	22-45
Равномерное с изменением курса	10`	70-400	15-50	60-340	12-48
	60`	80-450	25-70	80-410	22-57

Обсуждение результатов

Предложенный метод относится к классу геометрических методов и обладает значительной вычислительной простотой и позволяет:

1) осуществлять адекватную оценку траекторий ОН различного уровня сложности, в том числе и нелинейных траекторий;

2) осуществлять последующую оценку вектора скорости, ускорения, скорости изменения ускорения ОН, путем анализа функции координат ОН от времени;

3) осуществлять непрерывное решение задачи, в не зависимости от параметров движения ОН;

4) формировать более точные оценки КПДО по сравнению с применяемым на практике методом N-пеленгов, в случаях нелинейного движения наблюдаемого объекта;

5) осуществлять решение задачи в трехмерном пространстве. Для этого потребуется дополнить систему (2) уравнением, учитывающим высоту места наблюдаемого объекта, и расширить матричное уравнение (10) соответствующими уравнениями наблюдения.

Метод может быть применен:

1) в качестве самостоятельного метода определения КПДО нелинейно движущихся ОН;

2) в качестве альтернативного метода определения параметров движения линейно движущихся объектов;

3) в качестве метода выработки предварительных оценок в составе адаптивных и других методов, требующих задания предварительных оценок параметров движения объектов.

Список используемой литературы

1. Benlian Xu. An adaptive tracking algorithm for bearings-only maneuvering target / Benlian Xu, Zhiquan Wang // IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, 2007.- January. Vol. 7, no. 1. - Pp. 304-312.

2. Hammel S.E. Optimal observer motion for localization with bearing measurements / S.E.Hammel, P.T.Liu, E.J.Hilliard, K.F.Gong.– Computers and Mathematics with Applications:–18 (1-3).–1989.– pp. 171-180.
3. Landelle B. Robustness considerations for bearings-only tracking/B. Landelle/ Information Fusion 11th International Conference on – France: Thales Optronique, Universite Paris-Sud, – 2008. – P. 8
4. Li. R. Survey of maneuvering target tracking. part I. dynamic models. /R. Li and V.P. Jilkov/Aerospace and Electronic Systems,– IEEE Transactions on 39(4), 2004.– Pp. 1333–1364.
5. Middlebrook D.L. Bearings-only tracking automation for a single unmanned underwater vehicle: Thesis (S.M.) Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Mechanical Engineering, 2007.
6. Sang J.S. Input estimation with multiple model for maneuvering target tracking / Sang Jin Shin, Taek Lyul Song// Control Engineering Practice, 2002.-December. Vol. 10, no. 12. - Pp. 1385-1391.
7. Кудрявцев К. В. Исследование и разработка метода рационального определения параметров движения морских объектов по угломерной информации. / К. В. Кудрявцев/ Дис. канд. техн. Наук. – Москва, 2006.– 116с.– РГБ ОД, 61: 06-5/3066.
8. Павлов Б.В., Современные методы навигации и управления движением: модели и методы обработки информации в задачах управления движением / Б.В. Павлов, Д.А. Гольдин// Общероссийский семинар «Проблемы управления»// Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН.- 2010. - №3.- Сс. 79-82.