

УДК 630*332.2.001.57

UDC 630*332.2.001.57

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЫЧАЖНОГО
КОРЧЕВАТЕЛЯ С ПНЕМ И ПОЧВОЙ**

**MATHEMATICAL MODELING OF
INTERACTION OF LEVER BREAKER WITH
STUMB AND SOIL**

Драпалюк Михаил Валентинович
д.т.н., профессор, заведующий кафедрой механизации
лесного хозяйства и проектирования машин

Drapalyuk Mikhail Valentinovich
Dr.Sci.Tech., professor, head of Forestry mechanization
and Machine design Department

Афоничев Дмитрий Николаевич
д.т.н., профессор

Afonichev Dmitry Nikolaevich
Dr.Sci.Tech., professor

Раецкая Елена Владимировна
к.ф.-м.н., доцент
*Воронежская государственная лесотехническая
академия, Воронеж, Россия*

Raetskaya Elena Vladimirovna
Cand.Phys.-Math.Sci., associate professor
*Voronezh State Academy of Forestry and Technologies,
Voronezh, Russia*

Представлены аналитические зависимости, определяющие действующие на рабочий орган рычажного корчевателя силы и моменты, которые позволяют установить усилие корчевания, необходимое при обосновании требований к параметрам и режимам работы рычажного корчевателя

Analytical dependence, defining powers and moments influencing the working unit of lever breaker are shown, which allow determining the stubbing force necessary in adjustment for requirements for modes and parameters of work of lever breaker

Ключевые слова: РЫЧАЖНЫЙ КОРЧЕВАТЕЛЬ, УСИЛИЕ КОРЧЕВАНИЯ, СИЛА ТРЕНИЯ, МОМЕНТ ОТ СИЛЫ ТЯГИ ЦИЛИНДРА, СИЛА СМЯТИЯ КОРНЕЙ, СИЛА ТЯЖЕСТИ ПОЧВЫ

Keywords: LEVER BREAKER, STUBBING FORCE, FRICTION FORCE, MOMENT FROM CYLINDER DRIVING FORCE, ROOT CRUMPLING FORCE, POWER OF SOIL GRAVITY

Введение. Рычажные корчеватели используются в лесном хозяйстве при расчистке вырубок от пней для создания лесных культур, а также в дорожном строительстве. Серийно выпускаемые рычажные корчеватели характеризуются высокой металлоемкостью и высокой энергоемкостью процесса корчевания пней, что является причиной высокой стоимости работ по расчистке площадей от пней. Для оптимизации параметров и режимов работы рычажного корчевателя необходимо разработать математическую модель, адекватно описывающую его работу и учитывающую все особенности эксплуатации в условиях вырубок [1, 2]. Для построения математической модели необходимо установить зависимости, определяющие силы и моменты, действующие на рабочий орган рычажного корчевателя. Анализ работ по математическому моделированию рабочих процессов корчевателей [3, 4, 5] позволил установить, что на рабочий орган рычажного

корчевателя действуют силы и моменты, создаваемые приводом, сопротивлением почвы разрушению, сопротивлением корней разрыву, трением почвы о рычаг.

Действие почвы. Сила тяжести почвы, действующая на клык, является величиной, зависящей от времени. Обозначим через $x_0(t)$, $y_0(t)$ координаты конца клыка. Считаем, что уравнение линии обвода клыка задано или в виде функции или в виде координат точек, расположенных на клыке. За начало координат примем точку O (рисунок 1). Обозначим ширину клыка a , тогда объем клыка определяется по формуле

$$V = ax_0y_0 - a \int_0^{x_0} y(x)dx = a \left(x_0y_0 - \int_0^{x_0} y(x)dx \right), \quad (1)$$

где $y(x)$ – уравнение линии обвода клыка.

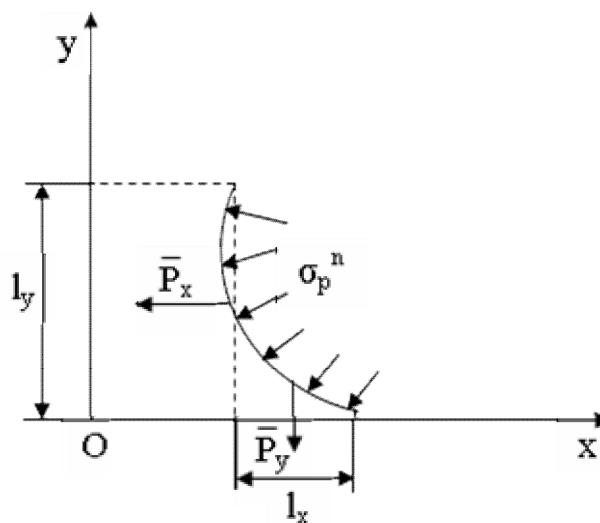


Рисунок 1 – Схема к определению усилий от разрушающих нормальных напряжений

Масса почвы определяется выражением

$$m = rV, \quad (2)$$

где ρ – плотность почвы, кг/м³.

Площадь боковой поверхности почвы над клыком определяется выражением

$$S_a = x_0 y_0 - \int_0^{x_0} y(x) dx. \quad (3)$$

Статические моменты боковой поверхности грунта задаются по формулам:

$$S_x = \iint_D y dx dy; \quad S_y = \iint_D x dx dy. \quad (4)$$

Координаты центра тяжести почвы

$$x_{um} = \frac{1}{S_\delta} S_x; \quad y_{um} = \frac{S_y}{S_\delta}. \quad (5)$$

Считаем, что по боковой поверхности почвы над клыком действуют разрушающие касательные напряжения t_p , величина которых определяется с учетом формулы

$$T_t = S_\delta t_p. \quad (6)$$

Касательное усилие, действующее с двух сторон клыка равно $2T_t$. Точка приложения касательных усилий в центре тяжести имеет координаты x_{um}, y_{um} . Касательные усилия направлены вертикально.

Грунт (почва) во время вращения клыка разрушается, поэтому считаем, что на клык действуют разрушающие нормальные напряжения s_p^n . Обозначим через l_x и l_y проекции длины клыка на оси x и y , соответственно (рисунок 1). Проекция силы от s_p^n на оси x и y , соответственно, будут иметь вид:

$$P_x = l_x s_p^n; \quad (7)$$

$$P_y = l_y s_p^n. \quad (8)$$

Точка приложения усилий от разрушающих нормальных напряжений расположена в середине l_x, l_y , при этом нужно иметь в виду, что под l_x и l_y понимаются величины, обозначенные на рисунке 1.

Приняв за начало координат точку O (точку вращения клыка), получаем:

$$y_s = \frac{1}{2}(H + y_0); x_s = \frac{1}{2}x_0. \quad (9)$$

Считаем, что положение клыка в каждый момент времени известно.

Момент, создаваемый участком $d\bar{l}$, равен (рисунок 2)

$$dM = \bar{r}d\bar{T}_{\delta\delta} = \bar{r}ms_p^n d\bar{l} = rms_p^n \cos(e + b - \frac{p}{2})dl = rms_p^n \sin(e + b)dl, \quad (10)$$

где μ – коэффициент трения между стали о почву.

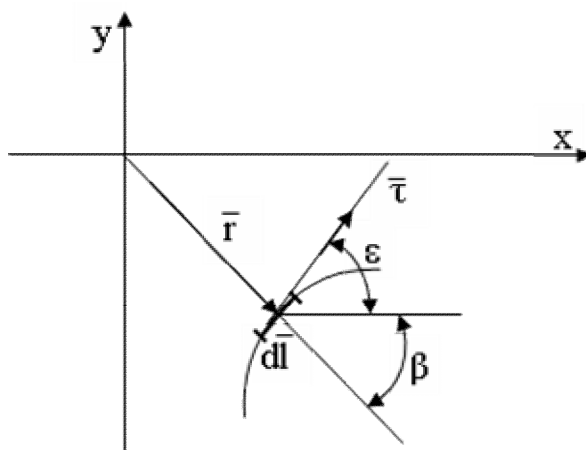


Рисунок 2 – Схема к определению силы трения

Момент, создаваемый силами трения, определяется по формуле

$$M_{\delta\delta} = \int_l ms_p^n r \sin(e + b)dl = ms_p^n \int_l r \sin(e + b)dl, \quad (11)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad tge = \frac{dy}{dx}. \quad (12)$$

Момент от силы тяги цилиндра. Приложив к точке A силу тяги цилиндра $T_{ц}$ под углом β , получим уравнение момента относительно точки O (рисунок 3)

$$M_{ц} = T_{ц}h_{ц} \sin(a - b). \quad (13)$$

При вращении клыка масса почвы получает касательное ускорение a_t равное:

$$a_t = R_n e, \quad e = \frac{d^2 a}{dt^2}. \quad (14)$$

Момент сил инерции составляет

$$M_u = m_n a_t = m_n R_n \frac{d^2 a}{dt^2}, \quad (15)$$

где R_n – расстояние от оси вращения до центра тяжести почвы, м;

m_n – масса почвы, кг.

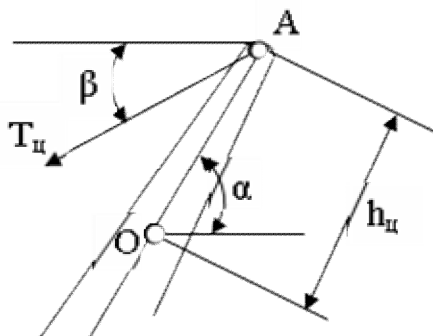


Рисунок 3 – Схема к определению момента от силы тяги цилиндра

Уравнение вращения клыка имеет вид

$$I \frac{d^2 a}{dt^2} = \sum M_i - m_n R_n \frac{d^2 a}{dt^2} \quad (16)$$

После преобразований уравнение (16) примет следующий вид

$$(I + m_n R_n) \frac{d^2 a}{dt^2} = \sum M_i . \quad (17)$$

Как видно, момент инерции механизма увеличивается. Возникает эффект присоединенной массы. При достаточной ширине клыка или конструкции клыка со спинкой величина $m_n R_n$ может достигать значительного значения.

Сила смятия корня. В заданном интервале углов ($\varphi_1; \varphi_2$) находится z_k корней. Клык входит под углом ϵ , поэтому примем, что его величина больше, чем при нормальном входе (рисунок 4), а именно

$$S = \frac{d}{\cos(90^\circ - \epsilon)} = \frac{d}{\sin \epsilon} . \quad (18)$$

Предполагаем, что клык сминает корень. Материал дерева считаем изотропным. Сила смятия будет равна:

$$F = s_p A = s_p hl, \quad l = 2\sqrt{(R_{\varepsilon\varepsilon} - x)^2 + R_{\varepsilon\varepsilon}^2}, \quad (19)$$

где h – толщина клыка, м.

При ширине клыка $a < d_{\text{корня}}$, получаем $A = a h$.

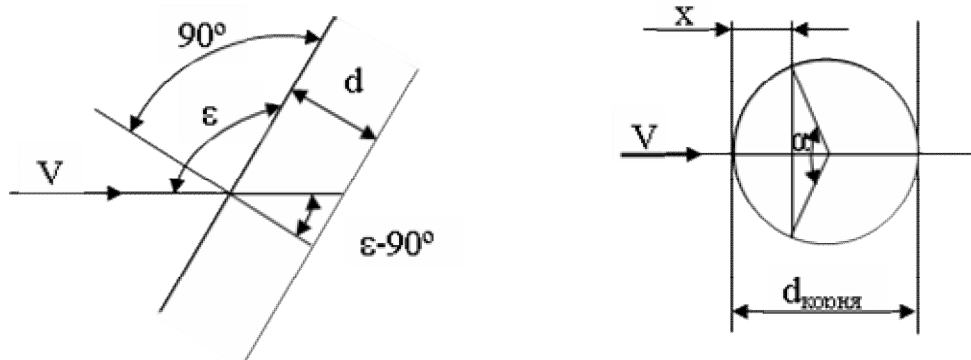


Рисунок 4 – Схема к определению силы смятия корня

В первом приближении можно считать, что

$$x = OM \cdot a, \quad (20)$$

где OM – расстояние от точки вращения клыка до конца клыка (точка М), м;

α – угол поворота клыка, град.

При ширине клыка $a < d_{\text{корня}}$, получаем

$$F_{\text{кл}} = s_p ha. \quad (21)$$

Момент от силы смятия корней клыком и силы трения. Составляющая силы $F_{\text{кл}}$ вдоль ε перпендикулярно OM (рисунок 5) задается формулой

$$F_{\text{кл}} \cos \Delta, \quad (22)$$

Момент силы смятия относительно точки вращения

$$M'_{F_{\text{кл}}} = OM \cdot F_{\text{кл}} \cos \Delta. \quad (23)$$

Сила трения направлена вдоль силы $\bar{F}_{\text{кл}}$ и имеет вид

$$F_{\text{тркл}} = f s_p B, \quad (24)$$

где B – торцевая сминающая площадь, м²;

s_p – разрушающее нормальное напряжение для корня, Па.

$$B = 0,5R_{кл}^2 \left[\left(\frac{pa}{180} \right) - \sin a \right]. \quad (25)$$

Момент силы трения определяется выражением

$$M'_{F_{mp}} = F_{mp} \cdot OM \cdot \cos \Delta. \quad (26)$$

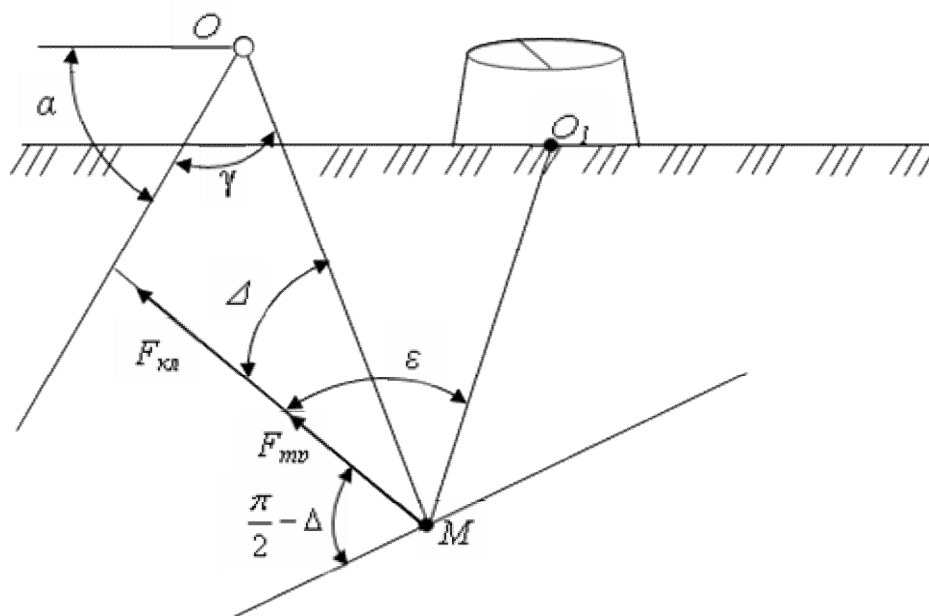


Рисунок 5 – Схема к определению силы трения и момента силы смятия корней клыком

Так как клыки расположены симметрично, то суммарный момент сил сопротивления клыка определяется как:

$$M_{кл} = OM \cdot F_{кл} \cos \Delta z_{к}, \quad (27)$$

$$M_{мп} = OM \cdot F_{мп} \cos \Delta z_{к}. \quad (28)$$

Усилие корчевания. Рассмотрим отдельно один корень. Оценим усилие, необходимое для его корчевания. При этом пренебрегаем вторичными корнями. Пусть T – усилие, приложенное к корню со стороны пня при выдергивании. Пренебрегаем моментами «заделки» корня, т.е. считаем корень шарнирно опертым (рисунок 6). При выдергивании корня почва

разрушается, поэтому будем считать, что на корень действует равномерно распределенная нагрузка вида

$$q = s_p^n d, \quad (29)$$

где s_p^n – разрушающее нормальное напряжение почвы, Па;

d – диаметр корня, м.

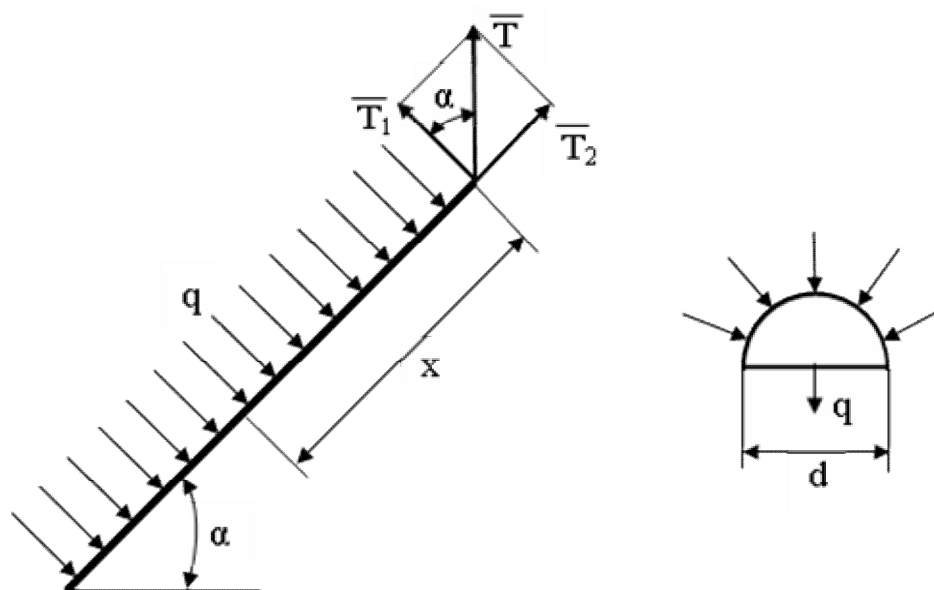


Рисунок 6 – Схема к определению усилия корчевания

Составляющие \bar{T} , перпендикулярная оси корня T_1 и направленная вдоль оси корня T_2 , соответственно, имеют вид:

$$T_1 = T \cos a, \quad T_2 = T \sin a. \quad (30)$$

Найдем момент в сечении x

$$M = -\frac{1}{2}qx^2 + T_1x. \quad (31)$$

Из уравнения (31) следует

$$\frac{dM}{dx} = -qx + T_1 = 0. \quad (32)$$

Находим точку x , в которой действует максимальный момент

$$x = \frac{T_1}{q}. \quad (33)$$

Значение момента в этой точке

$$M = -\frac{1}{2}q\left(\frac{T_1}{q}\right)^2 + T_1 \frac{T_1}{q} = \frac{1}{2} \frac{T_1^2}{q}, \quad (34)$$

Нормальное напряжение, действующее в сечении с координатой x составляет

$$s'_n = \frac{M}{W}, \quad W = \frac{pd^3}{32}. \quad (35)$$

С учетом (34) выражение для нормальных напряжений примет вид

$$s'_n = \frac{1}{2} \frac{T_1^2}{q} \cdot \frac{32}{pd^3} = \frac{16T_1^2}{pqd^3} = \frac{16T^2 \cos^2 a}{pqd^3}. \quad (36)$$

Нормальные напряжения от продольной силы имеют вид

$$s''_n = \frac{T_2}{F} = \frac{4T \sin a}{pd^2}. \quad (37)$$

С учетом выражений вида (36) и (37) получаем

$$s_n = s'_n + s''_n = \frac{16T^2 \cos^2 a}{pqd^3} + \frac{4T \sin a}{pd^2} = \frac{16T^2 \cos^2 a}{ps_p^n d^4} + \frac{4T \sin a}{pd^2}. \quad (38)$$

Задаваясь разрушающим для древесины корня при изгибе напряжением s_p^{dep} , можно найти предельную силу T . Таким образом, для определения предельного значения T необходимо решить уравнение

$$\frac{16T^2 \cos^2 a}{ps_p^n d^4} + \frac{4T \sin a}{pd^2} = s_p^{dep}. \quad (39)$$

Зная количество корней m и углы расположения корней α_m , получим ряд значений T_i , тогда усилие необходимое для корчевания пня составит

$$T_\Sigma = \sum_1^m T_i. \quad (40)$$

Мы пренебрегли касательными напряжениями, которые, как правило, значительно меньше нормальных напряжений. Если имеются статистические данные о массе комьев на корнях, то необходимо добавить вес комьев. Пусть известен объем ямы V . Считая яму полусферой (рисунок 7)

находим ее объем $V = \frac{2}{3}pR^3$, откуда $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{2p}}$. Площадь полусферы определяется по формуле $S = 2pR^2$. Для отрыва земли необходимо приложить усилие равное

$$T_{зем} = 2s^n pR^2. \quad (41)$$

Следовательно, усилие корчевания равно

$$T_k = T_{зем} + mg + \sum_1^m T_i, \quad (42)$$

где m – масса комьев, кг.

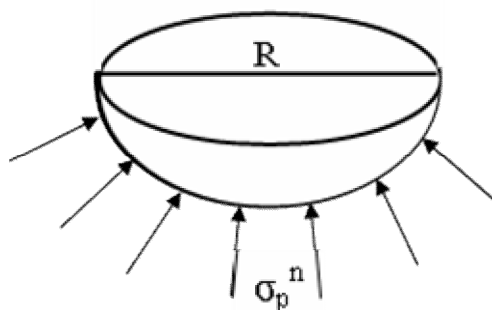


Рисунок 7 – Схема к определению площади прикорневой ямы

Пусть усилие T приложено под углом. Будем отсчитывать угол от вертикали (рисунок 8). Находим составляющие усилия T :

$$T_1 = T \sin(a - b); T_2 = T \cos(a - b). \quad (43)$$

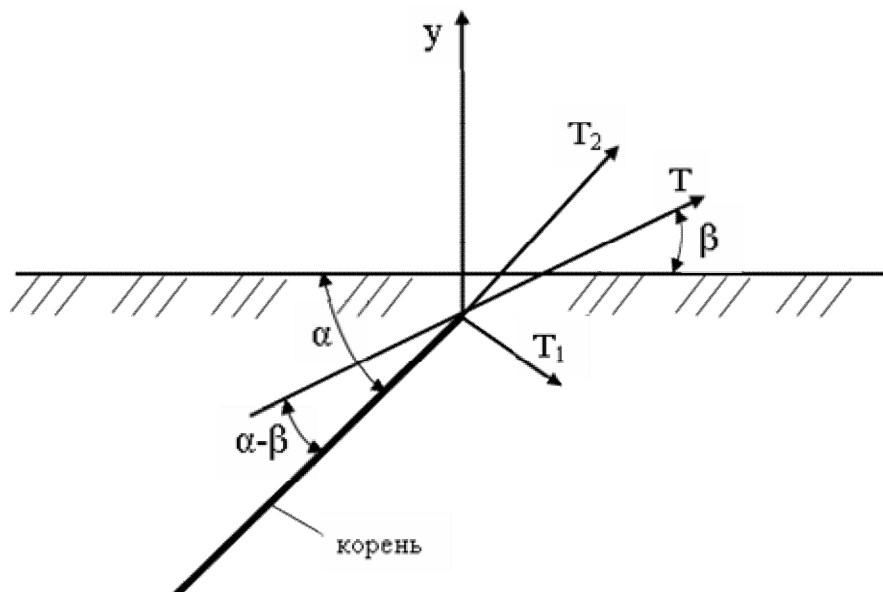


Рисунок 8 – Схема к определению усилия корчевания

Прикладываем равномерно распределенную нагрузку, и используя ранее выведенные соотношения, получаем:

$$s'_i = \frac{1}{2} \frac{T_1^2}{q} \cdot \frac{32}{pd^3} = \frac{16T_1^2}{pqd^3} = \frac{16T^2 \sin^2(a-b)}{pqd^3}. \quad (44)$$

$$s''_i = \frac{T_2}{F} = \frac{4T \cos(a-b)}{pd^2}. \quad (45)$$

$$s_i = \frac{16T^2 \sin^2(a-b)}{ps_p^n d^4} + \frac{4T \cos(a-b)}{pd^2}. \quad (46)$$

Таким образом, уравнение для определения T имеет вид

$$s_p^{\ddot{a}\ddot{a}\ddot{a}} = \frac{16T^2 \sin^2(a-b)}{ps_p^n d^4} + \frac{4T \cos(a-b)}{pd^2}, \quad (47)$$

где σ_p^{dep} – разрушающее напряжение при изгибе, Па.

Корни, расположенные под углом $a = \frac{P}{2} + b$, будут работать на изгиб и сжатие. Считая, что корни являются анизотропным материалом, необходимо брать наименьшее значение σ_p .

Выводы. Полученные зависимости, определяющие действующие на рабочий орган рычажного корчевателя силы и моменты, позволяют уста-

новить усилие корчевания, которое необходимо при обосновании требований к параметрам и режимам работы рычажного корчевателя.

Представленные аналитические зависимости являются необходимой частью математической модели процесса корчевания пней рычажным корчевателем, позволяющей оптимизировать параметры и режимы работы рычажного корчевателя для снижения энергоемкости процесса расчистки площадей от пней.

Список литературы

1. Драпалюк М.В. Совершенствование технологических операций и рабочих органов машин для выращивания посадочного материала и лесовосстановления : дис. ... д-ра техн. наук: 05.21.01: защищена 23.03.07 / М.В. Драпалюк. – Воронеж, 2006.
2. Драпалюк М.В. Совершенствование технологических операций и рабочих органов машин для выращивания посадочного материала и лесовосстановления : автореф. ...д-ра техн. наук: 05.21.01 / М.В. Драпалюк. – Воронеж, 2007. – 32 с.
3. Драпалюк М.В. Оптимизация параметров виброударной машины для удаления пней / М.В. Драпалюк, С.Н. Батищев, В.В. Посметьев // Вестник КрасГАУ. – 2010. – № 12. – С. 111–115.
4. Драпалюк М.В. Результаты теоретического исследования виброударной машины для удаления пней / М.В. Драпалюк, С.Н. Батищев // ИВУЗ «Лесной журнал». – 2011. – № 3. – С. 51–57.
5. Драпалюк М.В. Математическая модель функционирования виброударной машины для удаления пней / М.В. Драпалюк, С.Н. Батищев, В.В. Посметьев // Вестник МГУЛа – Лесной вестник. – 2010. – № 6. – С. 115–118.