

УДК 539.376:674.812

UDC 539.376:674.812

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ ДРЕВЕСИНЫ****MATHEMATICAL MODELLING OF THE
COMPRESSION PROCESS OF WOOD**

Дорняк Ольга Роальдовна
д.т.н., доцент

Dornyak Olga Roaldovna
Dr.Sci.Tech., assistant professor

*Воронежская государственная лесотехническая
академия, Воронеж, Россия*

Voronezh State Forestry Academy, Voronezh, Russia

Рассматривается реологическая модель для описания механического поведения древесины, как для среды с двойной пористостью. Проведено численное моделирование напряженно-деформированного состояния древесного образца при его прессовании в закрытой пресс-форме в изотермических условиях. Показано, в частности, что уровень прочности существенно зависит от реологических характеристик древесины, а также от распределения полей влажности и пористости

Rheological model for wood mechanical behaviour, viewed as a medium with dual porosity, is considered. Mathematical modelling of compression process of a wooden sample in a special mould is done at stable temperature conditions with the help of numerical methods. It is shown, in particular, that the durability level of essentially depends on the rheological characteristics of the structural skeleton and the wooden substance, as well as on reallocating of fields of moisture and porosity

Ключевые слова: ДРЕВЕСИНА,
РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА,
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ,
ПРЕССОВАНИЕ, ПОРИСТОСТЬ

Keywords: WOOD, RHEOLOGICAL PROPERTIES,
MATHEMATICAL MODELING, COMPRESSION,
POROSITY

Введение. Известно, что из древесины малоценных пород путем уплотнения и тепловых воздействий можно получить композиционный материал, обладающий большей, чем натуральная древесина, прочностью, имеющий хорошие антифрикционные и демпфирующие свойства [1].

Древесина представляет собой анизотропную трехфазную среду со сложной капиллярно-пористой структурой, сформированной на основе комплекса природных полимеров, обладающих способностью к набуханию и усушке при сорбции паров воды. Такие свойства материала определяют трудности теоретического исследования процессов его прессования.

Цель работы – создание и исследование математической модели интенсивного уплотнения древесины в пресс-форме. Методологической основой исследования является механика многофазных систем, предполагающая построение континуальные уравнений усреднением микроуравнений для макроскопических параметров каждой фазы по объему этой фазы [2]. Такой подход позволяет учесть большой комплекс структурных и ме-

ханических особенностей материала, поверхностно-капиллярные эффекты и эффекты взаимодействия фаз.

Реологическая модель древесины. Для реологического описания поведения древесных материалов известны модели, учитывающие различным образом их упругие, вязкие и пластичные свойства, как правило, при одноосном механическом нагружении небольшой интенсивности и в стационарных однородных температурно-влажностных условиях при стабильном состоянии структурного каркаса [3-8]. Использование таких уравнений для моделирования процесса прессования ограничено, в частности, из-за непрерывного и существенного изменения древесной структуры. Например, при уплотнении древесины березы от естественного состояния с плотностью $\sim 560 \text{ кг/м}^3$ до плотности 1100 кг/м^3 объемное содержание полостей сосудов и волокон либриформа уменьшается в образце от $\sim 63\%$ до 28% [8].

Указанные проблемы преодолены в оригинальной реологической модели древесины, параметрами которой являются не только материальные константы и функции, постоянные для данной породы при нагружении, но и текущие значения влажности, пористости древесины, изменение которых при механических или других воздействиях также влияет на напряженно-деформированное состояние древесины [9-10].

Полный тензор напряжений рассматриваемой гетерогенной системы s^{kl} можно представить как сумму усредненных напряжений в фазах [2]

$$s^{kl} = a_1 \langle s_1^{kl} \rangle_1 + a_2 \langle s_2^{kl} \rangle_2 + a_3 \langle s_3^{kl} \rangle_3, \quad \langle s_i^{kl} \rangle_i = \frac{1}{dV} \int_{dV_i} s_i^{kl} d'V, \quad (1)$$

где a_i , V_i – объемная концентрация и объем i -фазы, $i=1,2,3$ (1 – газообразная фаза, 2 – жидкость, 3 – твердая фаза); ' (штрих) относится к параметрам, являющихся средними в пределах микрообъема $d'V \ll a^3$, a – характерный размер пор.

Полагая, что газ является идеальным, и что вязкость жидкости доста-

точно учитывать только при межфазных взаимодействиях, имеем

$$\langle s_1^{kl} \rangle_1 = -\langle p'_1 \rangle_1 d^{kl} = -p_1 d^{kl} \text{ и } \langle s_2^{kl} \rangle_2 = -\langle p'_2 \rangle_2 d^{kl} = -p_2 d^{kl} .$$

Здесь p – давление, d^{kl} - единичный тензор.

Если деформации микрообъемов малы, тензор микродеформаций в твердой фазе, можно записать в виде:

$$\langle e_3^{ij} \rangle_3 = e_3^{ij} - e_f^{ij} , \tag{2}$$

где e_3^{ij} - тензор макродеформаций твердой фазы, определяемый градиентами средних смещений материала, e_f^{ij} - фиктивный или эффективный тензор деформаций, характеризующий смещения элементов структурного каркаса [2]. То есть, наблюдаемые макродеформации твердой фазы ϵ_3^{ij} складываются из деформаций материала древесинного вещества $\langle e_3^{ij} \rangle_3$ и из деформаций древесного скелета e_f^{ij} , приводящих к перестройке системы пор.

Следуя [2], приняты макроскопические гипотезы о реологическом поведении отдельно для материала твердой фазы и для структурного каркаса системы. Учитывая, что древесные клетки имеют полимерную основу, для описания напряженно деформированного состояния материала древесины принята одна из моделей наследственной анизотропной среды [12]:

$$\langle e_3^{ij} \rangle_3 = P_s^{ijkl}(0) [\langle s_3^{kl} \rangle_3 + \int_0^t K_s^{ijkl}(t-t) \langle s_3^{ij} \rangle_3 dt] + L_s^{ij} \langle Q_3 \rangle_3 . \tag{3}$$

Здесь верхние индексы i, j, k, l используются для обозначения компонент тензоров, нижний индекс s относится к древесинному веществу, K^{ijkl} – тензор функций скорости ползучести ; Λ^{ij} – тензор коэффициентов температурного расширения, K^{-1} ; $\Pi^{ijkl}(0)$ – тензор мгновенных податливостей, Πa^{-1} , t – время, c ; Θ – разность между текущей температурой и некоторым ее начальным значением, K .

Фиктивными деформациям должны соответствовать фиктивные напряжения. Тензор фиктивных напряжений в древесном скелете построен в представлении древесины, как среды с двойной пористостью - пористой

матрицы (древесинное вещество, пронизанное микрокапиллярами) и распределенной в ней системой макропор (полостей сосудов или трахеид), обобщая работу Ю.А. Бувевича [11] на случай ненасыщенной наследственной анизотропной среды:

$$s_f^{kl} = \frac{s^{kl}}{1-m_n} + \left[\frac{m_n a_{n1}}{1-m_n} + a_{k1} \right] p_1 d^{kl} + \left[\frac{m_n a_{n2}}{1-m_n} + a_{k2} \right] p_2 d^{kl}, \quad (4)$$

$$a_{n1} + a_{n2} = 1, \quad a_{k1} + a_{k2} = 1,$$

где нижние индексы относятся: f – к эффективным значениям (древесному скелету); n – к системе макропор; k – к системе капилляров; m_n – пористость, определяемая отношением объема макропор к объему материала; a_{ki}, a_{ni} ($i=1,2$) – объемное содержание i -ой фазы в объеме капилляров и пор соответственно.

Если $m_n \ll 1$, то есть концентрация макропор мала, $s_f^{kl} \approx s^{kl} + a_{k1} p_1 d^{kl} + a_{k2} p_2 d^{kl}$. В случае, когда при этом капилляры практически полностью заполнены влагой ($\alpha_{k1} \sim 0, \alpha_{k2} \sim 1$) $\sigma_f^{kl} \approx \sigma^{kl} + p_2 \delta^{kl}$, т.е. тензор фиктивных напряжений, определяется также как для насыщенных трещиновато-пористых сред [11]. Частному случаю состояния древесины с малым содержанием жидкости в макропорах и парогазовой смеси в капиллярах ($\alpha_{n2} \sim 0, \alpha_{k1} \sim 0$) соответствуют фиктивные напряжения вида:

$$s_f^{kl} = \frac{s^{kl}}{1-m_n} + \frac{m_n}{1-m_n} p_1 d^{kl} + p_2 d^{kl}. \quad (5)$$

Примем, следуя [2,11], что зависимость тензора фиктивных напряжений в твердой фазе от эффективного тензора деформаций аналогична реологическому уравнению для материала древесного скелета, тогда

$$e_f^{ij} = P_f^{ijkl}(0) \left[s_f^{kl} + \int_0^t K_f^{ijkl}(t-t) s_f^{ij} dt \right]. \quad (6)$$

В результате зависимость макродеформаций от тензора полных напряжений в древесине получена в виде:

$$\begin{aligned}
 e^{ij} = & P_s^{ijkl}(0) \left[\frac{s^{kl} + a_2 p_2 d^{kl} + a_1 p_1 d^{kl}}{a_3} + \int_0^t K_s^{ijkl}(t-t) \frac{s^{ij} + a_2 p_2 d^{ij} + a_1 p_1 d^{ij}}{a_3} dt \right] + L_s^{ij} Q_3 + \\
 & + P_f^{ijkl}(0) \left[\frac{s^{kl}}{1-m_{\Pi}} + b_2 p_2 d^{kl} + b_1 p_1 d^{kl} + \int_0^t K_f^{ijkl}(t-t) \left(\frac{s^{ij}}{1-m_{\Pi}} + b_2 p_2 d^{ij} + b_1 p_1 d^{ij} \right) dt \right]; \\
 b_1 = & \frac{m_{\Pi} a_{\Pi 1}}{1-m_{\Pi}} + a_{\kappa 1}; \quad b_2 = \frac{m_{\Pi} a_{\Pi 2}}{1-m_{\Pi}} + a_{\kappa 2};
 \end{aligned} \tag{7}$$

Для описания процесса деформирования могут быть использованы экспоненциальные функции влияния и слабо сингулярные ядра ползучести М.А.Колтунова [12]:

$$K_n^{ijkl}(t) = d_n^{ijkl} e^{-t/l_n^{ijkl}}; \quad K_n^{ijkl} = \frac{e^{-h_n^{ijkl} t}}{t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[A_n^{ijkl} G(w_j)]^n t^{w_j n}}{G(w_j; n)}; \quad n=s, f;$$

где d, λ, η, ω - параметры тензорных функций влияния.

В предельном случае при отсутствии пор и капилляров ($\alpha_{\kappa 2}=0, \alpha_{\Pi 2}=0, m_{\Pi}=0, \alpha_3=1, \alpha_2=0, \alpha_1=0$) из (7) получаем уравнение линейной вязкоупругой анизотропной гомогенной среды типа Больцмана-Вольтерра.

Реологическое уравнение древесины (7) содержит явным образом характеристики структуры – объемные концентрации фаз, пор и капилляров разного типа. При этом важно, что реологические параметры не предполагаются зависящими от каких-либо структурных параметров.

Давление жидкой фазы p_2 , которое фигурирует в (7), и изменяется в процессе прессования, требует своего определения. При общем подходе к изучению процессов переноса в древесине необходимо определять не только объемное содержание воды α_2 , но и объемное содержание свободной воды $\alpha_{2св}$, воды в тонких прослойках $\alpha_{2т.сл}$ и в смачивающих пленках $\alpha_{2см}$ [13]. Механизмы переноса всех типов воды качественно различны. Для микропараметра жидкой фазы p'_2 , усредняемого по жидкому макрообъему dV_2 имеем:

$$\begin{aligned}
 \langle p'_2 \rangle_2 &= \frac{1}{dV_2} \int_{dV_2} p'_2 d'V = \frac{1}{dV_2} \int_{dV_{2св} + dV_{2см} + dV_{2т.сл}} p'_2 d'V \\
 \langle p'_2 \rangle_2 &= a_{2св} p_{2св} + a_{2см} p_{2см} + a_{2т.сл} p_{2т.сл} \cdot
 \end{aligned}$$

Здесь нижние индексы "св", "см", "т.сл" – означают усреднение по объемам свободной воды, воды в смачивающих пленках и тонких слоях соответственно. Объемные концентрации воды разных типов определяются отношениями $\alpha_{св} = dV_{2св}/dV_2$, $\alpha_{т.сл} = dV_{2т.сл}/dV_2$, $\alpha_{см} = dV_{2см}/dV_2$.

Введем параметры объемного содержания в образце свободной воды $m_{св} = dV_{2св}/dV$, воды в тонких капиллярах $m_{т.сл} = dV_{2т.сл}/dV$ и воды в смачивающих пленках $m_{см} = dV_{2см}/dV$. Тогда

$$\langle p'_2 \rangle_2 = \frac{1}{a_2} (m_{2св} p_{2св} + m_{2см} p_{2см} + m_{2т.сл} p_{2т.сл}). \quad (8)$$

$$a_{2св} + a_{2см} + a_{2т.сл} = 1; \quad m_{2св} + m_{2см} + m_{2т.сл} = a_2. \quad (9)$$

$$m_{2св} = a_{2св} a_2; \quad m_{2см} = a_{2см} a_2; \quad m_{2т.сл} = a_{2т.сл} a_2. \quad (10)$$

В процессах прессования $p_1 \ll p_2$, $p_{2см} \ll p_{2т.сл}$ и давление объемной воды $p_{2св} \ll p_{2т.сл}$, тогда как видно из (8) $p_2 = \frac{m_{2т.сл}}{a_2} p_{2т.сл}$. Будем полагать, что свободная вода преимущественно находится в порах, а связанная - в капиллярах. Если влажность материала ниже предела гигроскопичности и свободная вода отсутствует, то $m_{2св} = 0$, $a_{п2} = 0$ и $\beta_2 = \alpha_{к2}$. Если предполагать, что влага находится преимущественно в тонких слоях, то $p_2 \approx p_{2т.сл}$ и тензор фиктивных напряжений можно получить в виде:

$$s_f^{kl} = \frac{s^{kl}}{1 - m_{п}} + a_{к2} p_{2т.сл} d^{kl} \quad (11)$$

Таким образом, величина $b_2 p_2$, входящая в реологическое уравнение состояния (7), определяется расклинивающим давлением тонких прослоек воды и объемным содержанием воды в капиллярной системе. При влажности материала большей предела гигроскопичности капилляры полностью заполнены водой, $a_{к2} = 1$, а величина $\beta_2 = m_{св}/(1 - m_{п}) + 1$.

Давление воды в тонкой прослойке $p_{2т.сл}$ отличается от давления p_0 в объемной жидкой фазе, равновесной с прослойкой, на величину расклинивающего давления P [14]:

$$P_{2т.сл} = P_0 + P. \quad (12)$$

Соотношение (12) справедливо для давления в жидких пленках древесного образца только в равновесных условиях, когда в результате внешних воздействий твердые границы прослойки перемещаются с бесконечно малой скоростью или вообще не подвержены смещениям, т.е. структурный каркас пористой системы не деформируется. Вязкое сопротивление, сопровождающее втекание жидкости в расширяющийся зазор при растяжении капиллярно-пористой структуры, или ее вытекание из сжимающегося канала при сдавливании, обуславливает неравновесную составляющую расклинивающего давления жидкой фазы при деформировании насыщенных и ненасыщенных капиллярно-пористых тел [15]:

$$P_{2м.сл} = P_0 + P + Dp_2(w, I_\sigma, T). \quad (13)$$

Здесь Δp_2 – неравновесная составляющая расклинивающего давления, w – влажность, T – температура, I_σ – первый инвариант тензора напряжений в гетерогенной системе, P – равновесное расклинивающее давление в прослойках воды, определяемое либо с помощью изотерм, либо с использованием теоретических подходов.

Параметры реологической модели, а также составляющие расклинивающего давления, входящие в выражение (13) могут быть получены для древесины любой породы путем обработки кривых ползучести, при сжатии в главных направлениях анизотропии при различных температурах, а также экспериментальных данных по набуханию и усушке для расчета деформаций набухания. Рассчитанные реологические коэффициенты структурного каркаса и древесинного вещества являются константами, а расклинивающее давление в тонких порах зависит от объемного содержания воды, пористости, уровня напряжений и температуры [9-10]. При этом реологические параметры для древесинного вещества одинаковы для всех пород, для структурного каркаса – для каждой породы – свои.

Постановка начально-краевых задач прессования древесины.

Процесс уплотнения древесины происходит в специальной пресс-форме с жесткими стенками после предварительного нагрева или пропаривания [16]. Направление усилия сжатия обычно перпендикулярно направлению годовых слоев в случае использования хвойных пород, а для рассеянно-сосудистых пород оно может быть также параллельным этому направлению. Степень прессования поперек волокон может достигать 50%.

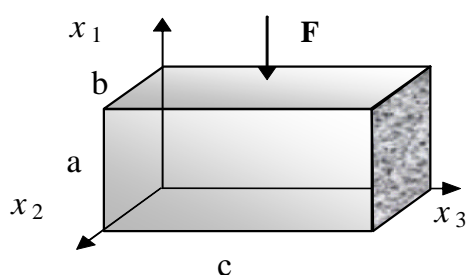


Рис. 3. Схема прессования.

На рис. 1 показана схема прессования. Предполагая, что размер длинной стороны образца во много раз превосходит его поперечные размеры, а также, что распределение нагрузки в зоне контакта передающей поверхности и образца вдоль этого направления практически равномерно, пренебрегая деформациями вдоль волокон древесины, можно считать, что имеет место состояние плоской деформации. Температурное поле и распределение влагосодержания в объеме заготовки в общем случае полагаем неоднородными.

Уравнения равновесия. Процесс деформирования образца можно рассматривать как квазиравновесный, так, что справедливы уравнения равновесия [2,17-18]:

$$\frac{\partial(a_3 \langle s_3^{11} \rangle_3)}{\partial x_1} + \frac{\partial(a_3 \langle s_3^{12} \rangle_3)}{\partial x_2} + p_3 \frac{\partial a_3}{\partial x_1} + R_{13}^1 + R_{23}^1 = 0; p_3 = -\frac{1}{3} \langle s_3^{'jj} \rangle_3$$

$$\frac{\partial(a_3 \langle s_3^{12} \rangle_3)}{\partial x_1} + \frac{\partial(a_3 \langle s_3^{22} \rangle_3)}{\partial x_2} + p_3 \frac{\partial a_3}{\partial x_2} + R_{13}^2 + R_{23}^2 = 0; j=1,2,3. \quad (14)$$

Здесь x_1, x_2 – декартовы координаты; α_3 – объемное содержание твердой фазы; $\langle s_3^{kl} \rangle_3$ ($k,l=1,2,3$) – тензор микронапряжений в древесинном веществе, усредненный по объему твердой фазы; R_{13}^j, R_{23}^j ($j=1,2$) – проекции сил сопротивления фильтрационному переносу жидкой и газообразной фаз в пори-

стом материале. Символ "'" (штрих) относится к параметрам, являющихся средними в пределах микрообъема среды $d'V \ll a^3$, где a – характерный размер неоднородностей.

Уравнения сохранения массы и соотношения Коши. Полагая деформации малыми, а плотность древесинного вещества постоянной, из уравнения сохранения массы твердой фазы можно получить, следуя [2]:

$$e_3^{kk} - e_{30}^{kk} = -\frac{(a_3 - a_{30})}{a_{30}}; \quad (15)$$

$$e_3^{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle h_3^j \rangle_3}{\partial x^i} + \frac{\partial \langle h_3^i \rangle_3}{\partial x^j} \right); \langle h_3^i \rangle_3 = \langle h_3^i(x'_1, x'_2) \rangle_3; \langle h_3^3 \rangle_3 = 0. \quad i, j=1,2. \quad (16)$$

Здесь e_{30}^{kk}, e_3^{kk} ($k=1,2,3$) – первый инвариант тензора деформаций твердой фазы в некоторый начальный и текущий момент времени, а a_{30}, a_3 – соответствующие концентрации третьей фазы; $\langle h_3^j \rangle_3$ – усредненные смещения частиц твердой фазы.

Изменение объемного содержания жидкой фазы учитывается в связи с изменением объема заготовки с помощью соотношения, аналогичного (15). В случае уплотнения древесины высокой влажности в направлении поперек волокон возможно вытеснение свободной воды, осуществляемое преимущественно вдоль волокон через торцевые поверхности. В этом случае в расчетах учитывается уменьшение массы воды в образце мокрой древесины в пренебрежении сопротивлением вытеснению [19]. Уравнения (14-16) замыкаются реологическим уравнением состояния древесины (7).

Граничные условия. Для сформулированной системы уравнений в соответствие с технологическими задачами могут быть поставлены несколько основных комплексов граничных условий [20-22].

Если силами трения между формирующимся композитом и стенками пресс-формы, а также пуансоном можно пренебречь, то условие контактного взаимодействия верхней грани образца с нижней поверхностью жесткого пуансона представляет собой равенство нормальных компонент

вектора перемещений по всей поверхности контакта:

$$\langle h_3^1(a+Y(t), x'_2) \rangle_3 = Y(t); \quad Y(t) < 0. \quad (17)$$

$Y(t)$ – смещение поверхности контакта образца с пуансоном. Другие граничные условия задачи имеют вид:

$$\langle h_3^1(0, x'_2) \rangle_3 = 0; \quad \langle h_3^2(x'_1, 0) \rangle_3 = 0; \quad \langle h_3^2(x'_1, b) \rangle_3 = 0; \quad (18)$$

$$\langle s_3^{12}(0, x'_2) \rangle_3 = \langle s_3^{12}(a+Y, x'_2) \rangle_3 = \langle s_3^{12}(x'_1, 0) \rangle_3 = \langle s_3^{12}(x'_1, b) \rangle_3 = 0. \quad (19)$$

Нормальные напряжения в зоне контакта удовлетворяют условию:

$$\int_0^b \int_0^c \sigma^{11} dx_1 dx_3 = F, \quad (20)$$

где σ – полный тензор напряжений в древесине, F – результирующая сила, приложенная к плите пресса; b, c – размеры верхней грани образца.

При исследовании технологических режимов прессования результирующая сила F может быть задана, а искомым будет закон движения верхней границы уплотняемого образца $Y(t)$, или, наоборот, по заданному уравнению подвижной грани определяется сила давления обеспечивающая это движение. При наличии внешнего трения на границах образца имеют место смешанные граничные условия. Кинематическая часть граничных условий выражает условия непроницаемости (18), а также совместного деформирования зоны контакта пуансона и уплотняемого композита (17).

Статическая часть граничных условий выражается законом трения Кулона на внешних поверхностях образца для полных напряжений материала. Нормальная и касательная компоненты вектора напряжений $\mathbf{\sigma}^v = \mathbf{\sigma}_\tau^v + \mathbf{\sigma}_n^v$ на поверхности с нормалью $\mathbf{\dot{v}}$ связаны соотношением [23]:

$$\mathbf{\sigma}_\tau^v = -f \frac{\mathbf{\dot{v}}_\tau}{|\mathbf{\dot{v}}_\tau|} |\mathbf{\sigma}_n^v|. \quad (21)$$

Выражение (21) справедливо при условии $|\mathbf{\sigma}_\tau^v| \leq |\mathbf{\sigma}_n^v|$, в противном случае, когда $|\mathbf{\sigma}_\tau^v| > |\mathbf{\sigma}_n^v|$, $\mathbf{\dot{v}}_\tau = 0$. Здесь f – коэффициент внешнего трения, $\mathbf{\dot{v}}_\tau$ – век-

тор скорости скольжения материала, $\sigma_n^{v\perp}$ - нормальная компонента вектора напряжения в рассматриваемой частице на площадке, перпендикулярной поверхности скольжения. Последнее условие относится к случаю, когда сдвигающее усилие оказывается меньше величины силы трения. Нормальные напряжения в зоне контакта удовлетворяют условию (20).

Задача (7, 14-16) с выбранным типом граничных условий является нелинейной даже для материалов с однородным распределением влажности и пористости, поскольку уровень напряжений зависит от изменяющегося в процессе прессования объемного содержания фаз. Поэтому исследование модели может быть выполнено только с использованием численных методов. Если в каждый момент времени заранее неизвестно положение нижней грани пуансона (функция $Y(t)$), то это делает синтезированную математическую модель еще более сложной для анализа.

Для проведения вычислительного эксперимента с целью изучения напряженно-деформированного состояния в древесном образце с изменяющейся пористой структурой построены конечно-разностные уравнения и разработан итерационный алгоритм их реализации [22]. На каждом временном шаге учитывается напряженно-деформированное состояние материала, имевшее место на предыдущем шаге по времени.

В качестве критерия прочности древесины выбран полиномиальный критерий 4 степени, предложенный Е.К.Ашкенази [24]. Этот критерий хорошо зарекомендовал себя для сильно анизотропных материалов, к которым относится, в частности, древесина хвойных пород.

Некоторые результаты расчетов, приведенные в данной работе, иллюстрируют возможности построенной математической модели. Они выполнены для образцов, поперечное сечение которых имеет первоначально форму квадрата, $a=b$. Отношение $c/a=5$. Начальное распределение объемного влагосодержания в общем случае неоднородно по сечению и задается в виде $w_{20}=A_{20}+B_{20}\sin(px_1/a)\sin(px_2/b)$. Поскольку древесина обла-

дает свойствами коллоидного тела, неоднородному содержанию жидкой фазы соответствует неоднородное распределение в материале и твердой фазы. Распределение влажности по сечению образца задано в диапазоне 13÷18% ($A_{20}=13$, $B_{20}=5$) и в диапазоне 17÷12% ($A_{20}=17$, $B_{20}=5$). В первом случае более увлажнена центральная зона, во втором – приграничная. В более сухих областях материал имеет большую концентрацию твердой фазы. Принято, что нагружение осуществляется мгновенно приложенной постоянной силой $F=F_0$ (среднее давление $F_0/bc=20$ МПа). Температура образца задается одинаковой во всех точках поперечного сечения. Величина $p_{хар}=10^8$ Па, $\rho_2=10^3$ кг/м³, $\rho_3=1.54 \cdot 10^3$ кг/м³

Расчеты показывают, что максимальная степень уплотнения достигается за период времени близкий ко времени релаксации I_f'' [17-18]. Мгновенная упругая деформация в направлении сжатия составляет менее 50% от деформации, установившейся после завершения процесса ползучести. Максимальная степень прессования древесины достигается при больших величинах влажности и температуры, что связано с монотонным падением расклинивающего давления при увеличении w и T . Разгружающий вклад давления жидкой фазы в значения напряжений в системе зависит в рамках рассматриваемой модели от двух факторов - расклинивающего давления (величина которого больше в более тонких пленках, т.е. при меньших влажностях) и объемного содержания воды в системе микрокапилляров, уменьшающегося с падением влажности.

Расчет поверхности прочности материала, проведенный для заданных условий, показывает, что неоднородные распределения влажности и температуры приводят к появлению зон разрушения. Появление зон частичного разрушения, обусловлено не только температурно-влажностной понижающей поправкой к значениям прочностных показателей, оцененной по [3, 19], но и сложным напряженным состоянием материала. Расположение этих зон соответствует областям наибольшей концентрации твердой

фазы, наибольшего уровня деформаций объемного сжатия, максимальных касательных напряжений, а также полных сжимающих напряжений в направлении главных осей анизотропии.

Рис. 2 иллюстрирует развитие неравномерного поля концентраций твердой фазы в поперечном сечении образца древесины березы. Перераспределение твердой фазы связано с особенностями реологического поведения древесины при различных значениях температуры и влажности. Образец, более увлажненный в центральной зоне, имеет здесь первоначально

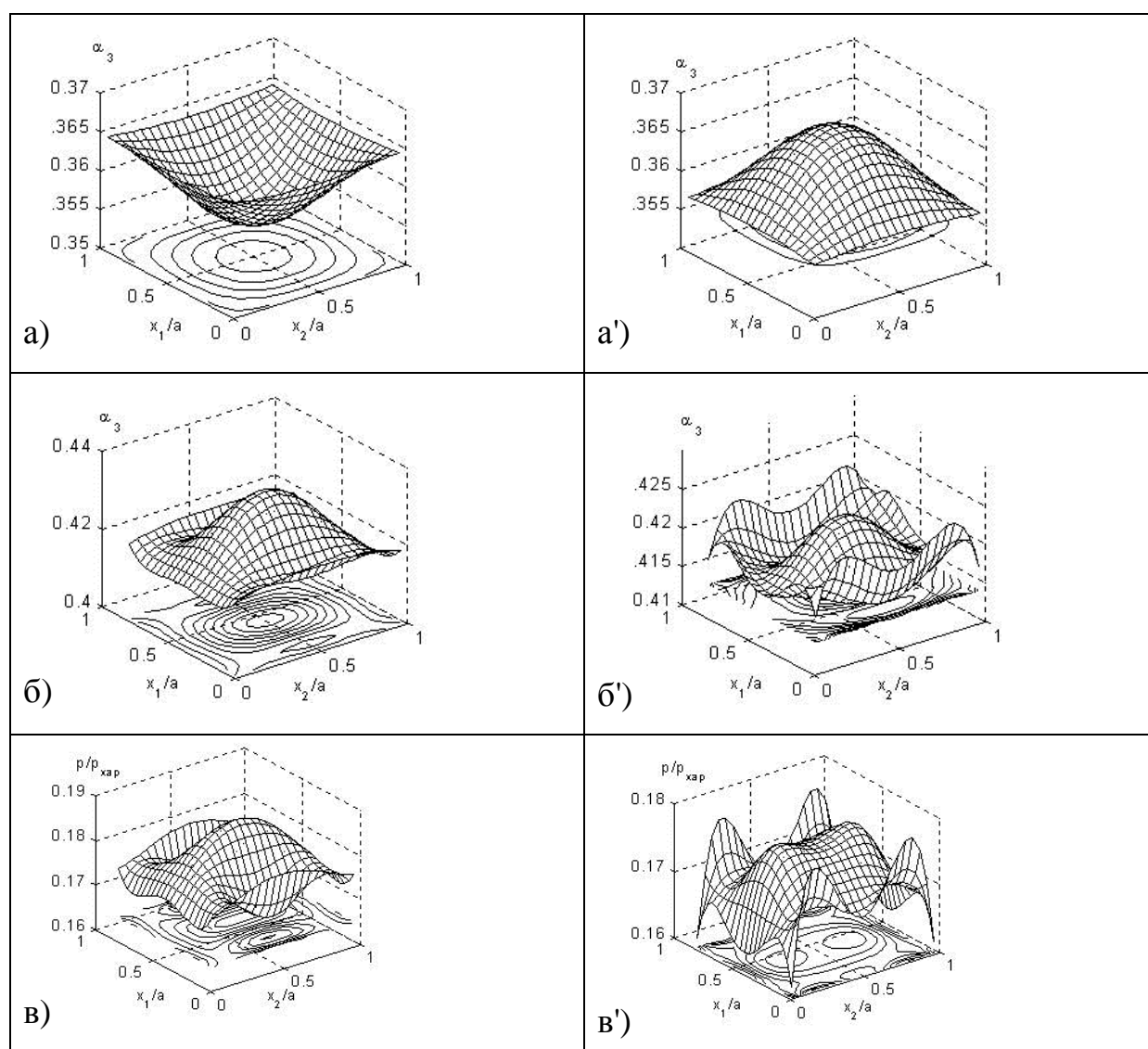


Рис. 2. Распределение в поперечном сечении образца объемного содержания твердой фазы α_3 и полного давления в материале p при радиальном прессовании древесины березы с неоднородным полем влажности $w=13-$

18% - а-в); 17-12% - а'-в') при $t=0$ с - а-а'); 40 с - б-б') и в-в'). $T=20^{\circ}\text{C}$.

меньшую концентрацию твердой фазы по сравнению с приграничной областью (рис. 2а). В результате прессования и большей деформативности древесины в более влажной области распределение объемного содержания твердой фазы изменяется на противоположное – происходит более интенсивное уплотнение центральной области (рис. 2б). Образец, имеющий большую влажность вблизи поверхности, первоначально имеет большие значения α_3 в центре поперечного сечения (рис. 2а'). Вследствие более интенсивного сжатия поверхностных зон формируется весьма неоднородное распределение объемной концентрации твердой фазы (рис. 2б'). Критерий прочности Ашкенази [24] указывает в этом случае на возможность разрушения поверхностных слоев образца. Рис. 2в и 2в' иллюстрируют неравномерное распределение полного давления в материале $p = -\frac{1}{3}S''$, сопровождающее нарушение критерия прочности.

Заключение. Сформулированная математическая модель процесса прессования древесины учитывает реологический и структурный факторы, эффект расклинивающего давления в тонких прослойках воды, анизотропию механических свойств, а также различные технологические параметры. Численные расчеты по разработанному алгоритму и комплексу программ дают возможность прогнозировать степень прессования и изменение пористой структуры по сечению образца. Определение поля тензора напряжений позволяет применять критерии прочности тензорного характера для оценки эффективности выбранного режима прессования древесных образцов с заданным распределением температуры и влажности.

Библиографический список

1. Шамаев В.А. Модификация древесины. М.: Экология, 1991. 128 с.
2. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.:Наука, 1978. 336 с.
3. Уголев Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения. М.: Лесная промышленность, 1986. 368 с.
4. Ржаницын А.Р. Теоретические предпосылки к построению методов расчета деревянных конструкций во времени // Исследования прочности и деформативности дре-

- весины. М.: Издательство литературы по строительству и архитектуре, 1956. С. 21-31.
5. Быковский В.И. Применение механики упруго-вязких тел к построению теории сопротивления древесины с учетом фактора времени. Там же, с.32-41.
 6. Белянкин В.Ф., Яценко В.Ф. Деформативность и сопротивляемость древесины как упруго-вязкопластического тела. Киев: Издательство АН УССР, 1957. 200 с.
 7. Огарков Б.И. Теория упругого последействия древесины // ЖТФ. 1957. Т. 27, № 5. С. 1118-1120.
 8. Роценс К.А. Технологическое регулирование свойств древесины. Рига: Зинатне, 1979. 220 с.
 9. Dornyak O. R. Modeling of the rheological behavior of wood in compression processes // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2003. V. 76, No. 3. P.648-654.
 10. Дорняк О. Р., Свиридов Л. Т. Структурно-механические свойства и напряженно-деформированное состояние древесины в процессах прессования. Реологическое уравнение состояния // Вестник Московского государственного университета леса - Лесной вестник. 2006. № 1. С. 50-57.
 11. Бувечич Ю.А. Структурно-механические свойства и фильтрация в упругом трещиновато-пористом материале // Инженерно-физический журнал, 1984. Т. 46, № 4, С. 593-600.
 12. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. М.: Высшая школа, 1976. 277 с.
 13. Дорняк О. Р. Гидродинамическая задача для процессов модифицирования древесины // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2005. В. 172. С. 143-150.
 14. Вода в дисперсных системах/ Б.В.Дерягин, Н.В.Чураев, Ф.Д.Овчаренко и др. М.: Химия, 1989. 288 с.
 15. Дерягин Б.В., Кротова Н.А., Смилга В.П. Адгезия твердых тел. М.: Наука, 1973. 279 с.
 16. Хухрянский П.Н. Прессование древесины. М.: Лесн. промышленность, 1964. 350 с.
 17. Dornyak O. R. Mathematical modeling of the process compaction of wood // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2005. Т. 78. № 5. С. 899-906.
 18. Дорняк О. Р., Свиридов Л. Т. Прогнозирование параметров структуры и прочности // Вестник Московского государственного университета леса - Лесной вестник. 2006. № 1. С. 58-64.
 19. Дорняк О. Р. Математическое моделирование процесса прессования увлажненного капиллярно-пористого ортотропного материала // Наука производству. 2005. №3. С. 40-46.
 20. Дорняк О. Р. Математическое моделирование процесса прессования древесины в различных направлениях механической анизотропии // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2005. Спец. выпуск "Композиционные материалы". С. 85-92.
 21. Дорняк О. Р. Напряженно-деформированное состояние древесного образца при интенсивном уплотнении // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2006. № S6. С. 109-114.
 22. Дорняк О. Р. Численное решение краевой задачи вязкоупругого деформирования при прессовании ортотропного капиллярно-пористого материала // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. 2005. № 2. С. 138-146.
 23. Друянов Б.А., Непершин Р.И. Теория технологической пластичности. М.: Машиностроение. 1990. 272 с.
 24. Ашкенази Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. М.: Лесная

промышленность, 1978. 224 с.