УДК 303.732.4

КОМПЛЕКС МОДЕЛЕЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИ ИНТЕГРИРОВАННОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ[1]

Лойко Валерий Иванович
д.т.н., профессор
Кубанский государственный аграрный университет, Россия, 350044, Краснодар, Калинина, 13

Макаревич Олег Александрович
к.э.н., доцент
Майкопский государственный технологический университет, Республика Адыгея, Россия

Богославский Станислав Николаевич
соискатель
Кубанский государственный аграрный университет, Россия, 350044, Краснодар, Калинина, 13

В статье приведены результаты решения задачи создания комплекса детерминированных и стохастических моделей, оптимизирующих такие параметры управления запасами в технологически интегрированной производственной системе, как количество циклов поставок, объемы исходных материальных и финансовых потоков, объемы страхового запаса. Исследование проводилось на примере интегрированной системы по производству, переработке и реализации продукции из зерна пшеницы (хлеба) с полным технологическим циклом

Ключевые слова: ИНТЕГРИРОВАННАЯ ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ СИСТЕМА, МОДЕЛЬ, СТОХАСТИКА, ТОЧКА ЗАКАЗА, УПРАВЛЕНИЕ, ЦИКЛ, ОПТИМИЗАЦИЯ

UDC 303.732.4

COMPLEX OF MODELS OF OPTIMIZATION OF ARGUMENTS OF INVENTORY MANAGEMENT OF TECHNOLOGICALLY INTEGRATED MANUFACTURING SYSTEM

Lojko Valery Ivanovich
Dr.Sci.Tech., professor
Kuban State Agrarian University, Russia, 350044, Krasnodar, Kalinina, 13

Makarevich Oleg Aleksandrovich
Cand.Econ.Sci., associate professor
Adygh State Technological University, Maikop, Adyghea Republic, Russia

Bogoslavskiy Stanislav Nikolaevich
competitor for degree
Kuban State Agrarian University, Russia, 350044, Krasnodar, Kalinina, 13

The article shows the outcomes of the solution of the problem of making of complex determined and stochastic models for optimizing such arguments of inventory management in technologically integrated manufacturing system, as an amount of cycles of deliveries, bulks of initial material and financial streams, safety stock bulks. Examination was conducted on a federated system instance on production, rehash and embodying of commodity from grain wheat (corn) with complete fabrication cycle

Keywords: INTEGRATED MANUFACTURING SYSTEM, MODEL, STOCHASTIC, ORDER POINT, CONTROL, CYCLE, OPTIMIZATION

Годовой объем необходимого сырья для переработки, а значит и годовой объем финансовых средств для его закупки, может быть рассчитан для технологически полной цепи по производству, переработке и реализации продукции из зерна пшеницы (хлеба), исходя из годового спроса на хлебопекарную продукцию соответствующего сегмента рынка. Если сразу закупить (или произвести) годовой объем исходного продукта переработки, то за год будет реализован всего один цикл. В этом случае сразу возникает почти неразрешимая проблема (как финансовая, так и складская) хра-

[1] *Материал подготовлен по результатам исследований, проведенных при финансовой поддержке РГНФ (проект № 10-02-00174а)*

нения такого большого объема запасов. Если же производить закупки мелкими партиями (большое число циклов в году), проблемой становятся резко увеличившиеся затраты, связанные с частыми заказами (документация, транспортировка, погрузочно-разгрузочные работы и т.п.).

Таким образом, возникает задача оптимизации числа циклов m и связанных с ним объемов материальных потоков и *запасов*.

Число циклов может быть определено по количеству поставок исходного для производства сырья в течение года. Для закупки и организации поставки необходимо возникновение исходного финансового потока, компенсирующего произведенные начальные издержки и, таким образом, запускающего производственный цикл вертикально интегрированной системы.

Для бесперебойного функционирования любой технологической цепи необходимо, чтобы на входе каждого ее звена в любой производственный момент времени находилось достаточное количество исходного для переработки сырья, или другими словами, *запасов*. Поскольку производственные запасы в течение технологического процесса расходуются, то их необходимо возобновлять. С этой целью вновь создается финансовый поток, инициирующий возобновление уменьшившихся до минимального уровня производственных запасов, и так далее. Возникают типичные производственные циклы, причем, их длительность и количество прямо связаны со скоростью расходования созданных в начале цикла запасов.

На рис. 1 приведена схема технологической цепи хлебопродуктового объединения.

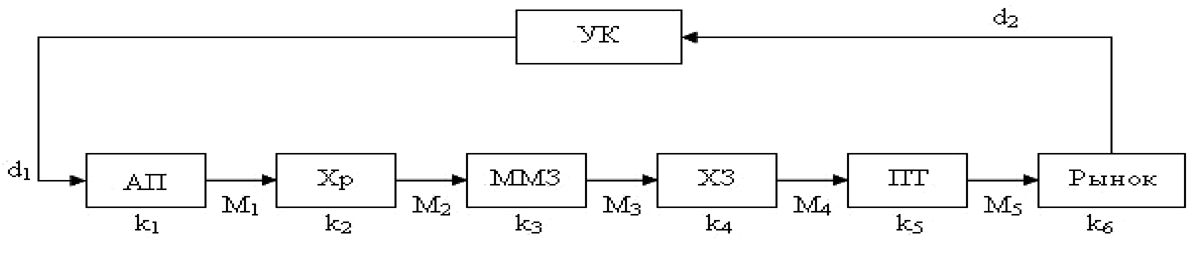

Рисунок 1. Потоковая схема предприятия по производству, переработке и реализации продукции из зерна пшеницы (хлеба) с полным технологическим циклом

Эта схема полностью охватывает технологический процесс производства и минимизирует материально-денежные потоки. Из рис. 1 видно, что однонаправленные материальные потоки ($M_1 – M_5$) действуют между агропроизводством (АП) и предприятиями торговли (ПТ) через хранилище зерна (Хр), мукомольный завод (ММЗ) и хлебозавод (ХЗ), не затрагивая управляющую компанию (УК). В системе действуют два денежных потока: d_1 от УК к АП и d_2 от ПТ к УК после реализации. Такая организация денежных потоков снимает их влияние на внутренний цикл производства.

В хлебопродуктовой производственной структуре с полным технологическим набором предприятий (рис. 1) первые два звена характеризуются годичным циклом, обусловленным сезонностью производства в растениеводстве. Поэтому входные потоки d_1 и M_1 имеют годовые объемы, а оптимизация материальных потоков начинается только с потока M_2.

В связи с вышесказанным, воспользуемся для определения числа циклов m и объема исходного материального потока M_2 в вертикально интегрированной хлебопродуктовой производственной системе теорией управления запасами.

Детерминированные модели.

Необходимость запасов объясняется случайными процессами, протекающими в производственных системах. Нельзя быть уверенным в том, что продукты для переработки поступят на склад технологического звена именно в тот момент времени, когда они понадобятся. Если на некоторой стадии процесса производства потребуется какой-то вид сырья, а этого сырья не окажется в запасе (т. е. образовался дефицит), то процесс производства может замедлиться или вообще остановиться.

Таким образом, необходимо установить связь между количеством Q запаса, имеющегося на складе производственного звена технологической цепи, и временем t, для которого рассматривается этот запас, то есть необходимо исследовать функцию $Q = f\ (t)$. Под Q будем понимать запасы только одного вида.

В классической модели Харриса, рассматривается непрерывное расходование запасов и мгновенное их поступление.

В реальных производственных условиях, во-первых, не может быть мгновенных поставок партий исходного продукта переработки, а во-вторых, технологический процесс, как правило, является непрерывным, и в течение выполнения с определенной скоростью p поставки сырья происходит его потребление, тоже с определенной скоростью a. Причем, очевидно, что скорость поставки сырья должна превышать скорость его потребления ($p > a$).

Задача управления запасами в этих условиях может быть сформулирована практически так же, как и задача Харриса, с тем отличием, что поставки партий сырья на склад производятся не мгновенно, а равномерно в течение определенного промежутка времени t_n, т.е. задана так же и скорость поставки p (рис. 2).

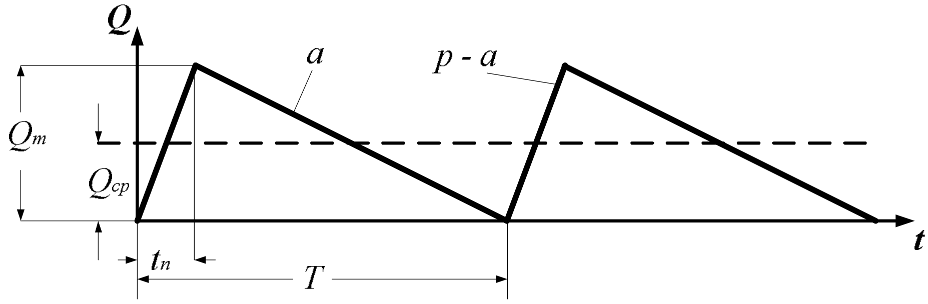

Рисунок 2. График изменения запасов в производственных условиях

Суммарные издержки в заданной системе могут быть записаны в следующем виде:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = h\frac{Q_m}{2} + C_a + S\frac{a}{q}, \qquad (1)$$

где

$C_1 = h\dfrac{Q_m}{2}$ - общие издержки содержания запасов;

$C_2 = C_a$ - стоимость товарного запаса;

$C_3 = S\dfrac{a}{q}$ - общие организационные издержки.

Уровень запасов Q_m , для размещения которого должны быть подготовлены складские помещения, может быть определен как произведение длительности поставки сырья t_n и разности темпов его поставки p и отгрузки a:

$$Q_m = (p - a)t_n\ . \qquad (2)$$

Размер партии поставки определяется как произведение скорости поставки и ее длительности:

$$q = pt_n\,.$$

Откуда

$$t_n = \frac{q}{p} \qquad (3)$$

Подставив значение t_n из (3.34) в формулу (3.33), получим для Q_m:

$$Q_m = (p-a)\frac{q}{p}, \qquad (4)$$

а выражение для издержек после подстановки (4) приобретет следующий вид:

$$C = h\frac{(p-a)q}{2p} + C_a + S\frac{a}{q}. \quad (5)$$

Продифференцировав C по q и приравняв производную нулю, получим формулу для оптимального размера партии поставки q^* и объема исходного материального потока M_{2o}:

$$q^* = M_{2o} = \sqrt{\frac{2pSa}{h(p-a)}} \quad (6)$$

Чтобы полностью удовлетворить годовой спрос при оптимальном объеме исходного материального потока в одном цикле M_{2o} необходимо осуществить число циклов m_o, равное:

$$m_o = \frac{a}{M_{2o}}, \quad (7)$$

Или, если подставить вместо оптимального объема исходного материального потока в одном цикле M_{2o} в формуле (7) его выражение из (6), получим:

$$m_o = \sqrt{\frac{pah}{2(p-a)S}} \quad (8)$$

Оптимальные длительность поставки t_{no} и пиковый объем поставляемого сырья Q_{mo} будут определяться по формулам:

$$t_{no} = \frac{M_{2o}}{p};$$

$$Q_{mo} = (p-a)\frac{M_{2o}}{p}.$$

Или, подставив вместо M_{2o} его выражение из (6), получим для t_{no} и Q_{mo}:

$$t_{no} = \sqrt{\frac{2Sa}{hp(p-a)}}\ ; \qquad (9)$$

$$Q_{mo} = \sqrt{\frac{2Sa\ (p-a)}{h\ p}}\ . \qquad (10)$$

Если ввести коэффициент (назовем его относительной скоростью поставки и обозначим через σ) в выражении (3.37) для размера партии поставки, равным $\sigma = \frac{p-a}{p}$, то получим для основных соотношений:

оптимальный объем исходного материального потока в одном цикле M_{2o} (оптимальный размера партии поставки):

$$M_{2o} = \sqrt{\frac{2Sa}{h\sigma}}\ ; \qquad (11)$$

оптимальное число циклов m_o:

$$m_o = \sqrt{\frac{ah\sigma}{2S}}\ . \qquad (12)$$

Полученная обобщенная модель для расчета входных параметров технологической цепи вместе с разработанными моделями эффективности составляют математическую основу комплексной количественной методики оценки эффективности и определения входных параметров хлебопродуктового объединения с вертикальной (технологической) интеграцией.

Расчет M_{2o} и m_o по формулам (11) и (12) соответственно показал, что на хлебозаводах практически всех рассмотренных нами районов размер партии поставок и количество циклов далеки от оптимальных, что ведет к существенному увеличению производственных издержек.

Модель управления запасами Харриса и ее модификации являются детерминированными и не учитывают стохастический характер потока требований (заявок) в вертикально интегрированной хлебопродуктовой производственной системе.

Для учета стохастических процессов при управлении запасами в хлебопродуктовой производственной цепи (особенно в блоке реализации), разработана математическая модель «точки заказа», основанная на теории массового обслуживания.

Стохастическая модель (модель «точки заказа»).

Изучение характера потока требований и его количественное описание являются одним из первых входных условий, неизбежно возникающих при практическом применении теории массового обслуживания к решению конкретных производственных задач.

Потоки требований различаются по своей внутренней структуре. Простейшими называются такие потоки, которые обладают тремя основными свойствами: ординарностью, стационарностью и отсутствием последействия.

Простейший поток требований с известным параметром λ (интенсивность потока требований) описывается законом Пуассона

$$R_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad (13)$$

где $R_k(t)$ – вероятность того, что на произвольно выбранном участке времени продолжительностью t поступит ровно k требований.

Вероятность того, что на участке времени t, следующем за моментом поступления одного из требований, не появится ни одного требования, в соответствии с законом Пуассона, будет:

$$R_0(t) = e^{-\lambda t}.$$

Но эта вероятность равна вероятности того, что случайная величина T будет не меньше величины t. Следовательно,

$$R_0(\ T \geq t) = e^{-\lambda\ t}\ ,$$

откуда вытекает следующее:

$$F(T) = 1 - \ e^{-\lambda\ t}\ ,$$

где $F(T)$ – функция распределения случайной величины T.

Плотность распределения случайной величины Т будет равна:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}\ .$$

Таким образом, в простейшем потоке интервал времени между любыми двумя соседними требованиями распределен по показательному закону с параметром λ.

Причем, для простейшего потока характерно, что короткие интервалы между событиями более вероятны, чем длинные: ≈ 63 % промежутков времени между событиями имеют длину меньше средней, равной $\frac{1}{\lambda}$ [1]. Таким образом, предположение о действии на хлебопродуктовую производственную цепь простейшего потока заявок создает более тяжелые условия для его работы как системы массового обслуживания, чем при других потоках, что позволяет считать результаты, полученные для простейших потоков заявок (требований), более надежными.

Модель Харриса для производственных условий (6), (8) и ее модификация (11), (12) позволили определить оптимальные объем исходного материального потока и число циклов, минимизирующие организационные издержки и издержки хранения запасов в детерминированном режиме.

Однако при этом не учитываются потери (издержки), связанные с отказом обслуживания заявки, обусловленные стохастической природой потока заявок, ибо может оказаться, что заявка поступит в тот момент, когда текущая партия запаса исчерпана, а очередная партия еще не поступила. Для учета этих потерь введем коэффициент издержек g, обусловленный величиной вероятности отказа в обслуживании заявки R_{om}, и определим вероятность отказа и связанные с этим издержки для исходного варианта модели Харриса (с производственными поставками).

К моменту поставки очередной партии товара существует вероятность $R_i(t)$ того, что в текущей партии имеется i единиц товара, где i может изменяться от 0 до Q_m. При этом $R_i(t) = R_{Qm-i}(t)$, где $R_{Qm-i}(t)$ - вероятность того, что текущая партия уменьшилась на ($Q_m - i$) единицы товара.

Вероятность $R_{Qm-i}(t)$ определяется законом Пуассона (13), а вероятность отсутствия отказа в обслуживании будет

$$R_{oo}(t) = \sum_{i=1}^{Q_m} R_i(t)$$

или
$$R_{oo}(t) = \sum_{i=1}^{Q_m} R_{Q_m - i}(t).$$

Тогда вероятность отказа в обслуживании заявки будет

$$R_{om}(t) = 1 - \sum_{i=1}^{Q_m} R_{Q_m - i}(t),$$

а издержки, обусловленные отказом, определятся выражением

$$I_{om}(t) = g\left[1 - \sum_{i=1}^{Q_m} R_{Q_m - i}(t)\right].$$

Произведем замену переменных: $j = q^* - i$.

Тогда при $i = 1$ величина $j = Q_m - 1$, а при $i = Q_m$ значение $j = 0$.

Поменяв пределы суммы местами, приведем выражение к стандартному виду:

$$I_{om}(t) = g\left[1 - \sum_{j=0}^{Q_m - 1} R_j(t)\right].$$

Подставим в формулу Пуассона для $R_j(t)$ параметры модели Харриса для производственных условий.

В качестве параметра λ в формуле Пуассона примем интенсивность годового спроса a, являющуюся среднегодовой интенсивностью потока заявок на обслуживание. За интервал времени, в течение которого рассматриваются вероятностные характеристики системы управления запасами, примем интервал между поставками партий товара, т.е. $\dfrac{Q_m}{a}$. Тогда формула Пуассона для этой модели примет следующий вид:

$$R_j(t) = \frac{\left(a\dfrac{Q_m}{a}\right)^j}{j!}\exp\left(-a\frac{Q_m}{a}\right) \qquad (14)$$

Подставив выражение (14) вместо $R_j(t)$ в формуле для $I_{om}(t)$, получим:

$$I_{om} = g\left[1 - \sum_{j=0}^{Q_m-1}\frac{\left(a\dfrac{Q_m}{a}\right)^j}{j!}\exp\left(-a\frac{Q_m}{a}\right)\right], \qquad (15)$$

где a - интенсивность потока заявок в год;

Q_m - максимальный уровень запасов;

$\dfrac{Q_m}{a}$ [год] - интервал действия одной партии поставки.

Сделав простейшие упрощения в (15), окончательно будем иметь выражение (16):

$$I_{om} = g\left[1 - \sum_{j=0}^{Q_m-1}\frac{(Q_m)^j}{j!}\exp(-Q_m)\right]. \qquad (16)$$

Уменьшить издержки отказа $I_{от}$ возможно за счет упреждающей поставки очередной партии на интервал времени Δt (рис. 3).

Это приведет к соответствующей модификации выражения (16):

$$I_{от} = g\left[1 - \sum_{j=0}^{Q_m-1} \frac{(Q_m - a\Delta t)^j}{j!} \exp\left(-\left(Q_m - a\Delta t\right)\right)\right]. \qquad (17)$$

Как видно из рисунка 3, такой сдвиг поставок эквивалентен увеличению срока хранения до величины $(1 + \Delta t)$ [год], что определит увеличенные издержки хранения, как $I_x = h\,\dfrac{Q_m}{2}\,(1 + \Delta t)$ и общие издержки, как

$I = I_x + I_{от}$.

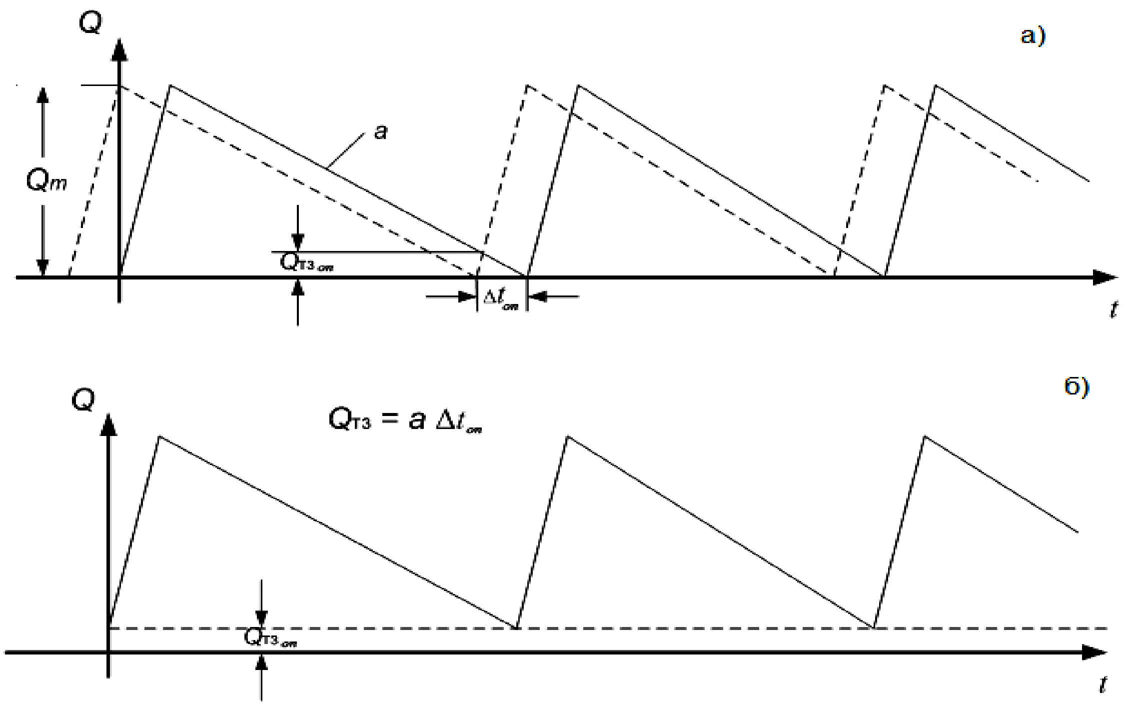

Рисунок 3. Сдвиг поставок на $\Delta t_{оп}$

Тогда при оптимальном интервале $\Delta t_{оп}$ упреждающей поставки получим минимальные общие издержки:

$$\min(I) = g\left[1 - \sum_{j=0}^{Q_m - 1} \frac{\left(Q_m - a\Delta t_{on}\right)^j}{j!} \exp\left(-\left(Q_m - a\Delta t_{\text{оп}}\right)\right)\right] + h\frac{Q_m}{2}\left(1 + \Delta t_{on}\right) \qquad (18)$$

А **оптимальная точка заказа** (оптимальный объем страхового запаса) $Q_{ТЗоп}$ (рис. 3*б*) определится как

$$Q_{ТЗоп} = a\Delta t_{on}\,. \qquad (19)$$

На рис. 4 дано графическое представление поведения всех функций для блока хранения (Хр) хлебопродуктовой интегрированной цепи (рис. 1). Минимального значения общие издержки достигают при Δt_{on}= 5.

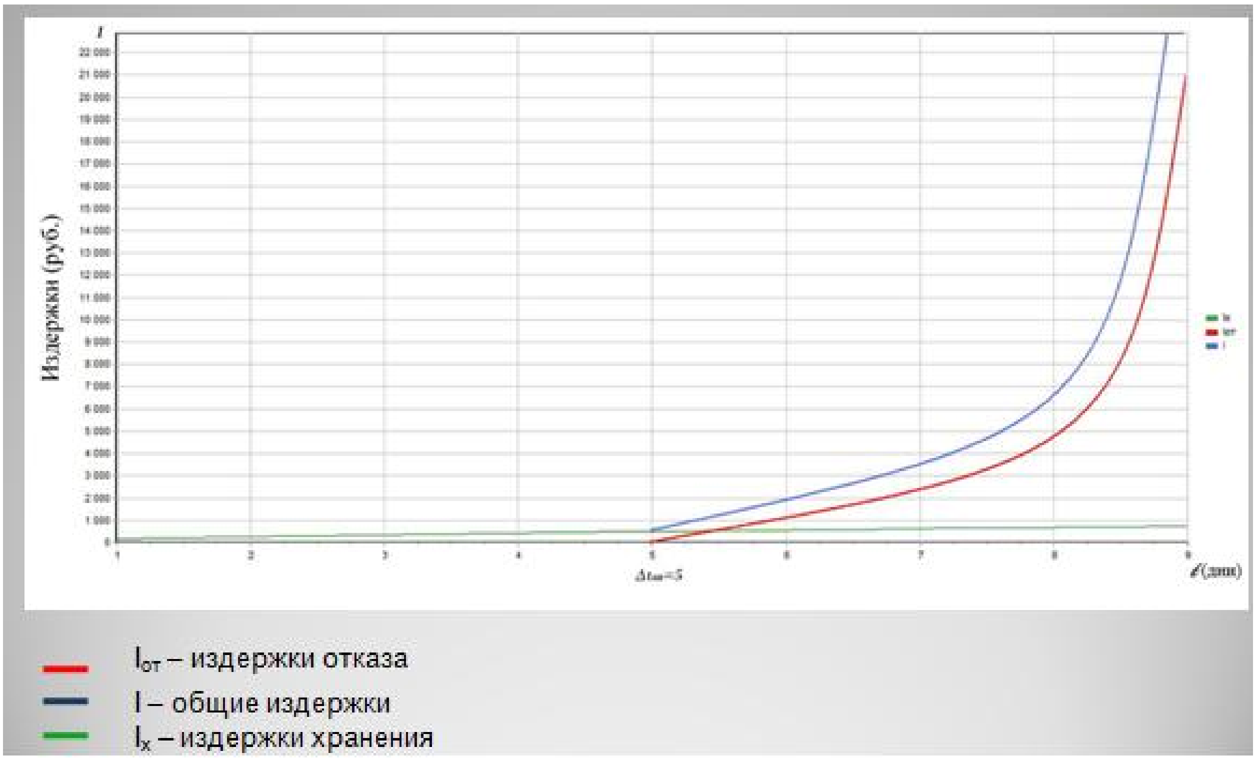

Рисунок 4. График для определения оптимального интервала упреждающей поставки очередной партии ($\Delta t_{оп}$.

Таким образом, результатами проведенных исследований, обладающими признаками научной новизны, являются:

- модели управления запасами для расчетов оптимального количества циклов и оптимального объема входного материального потока в одном цикле, отличающиеся адаптацией к интегрированной системе по производству, переработке и реализации продукции из зерна пшеницы (хлеба) с полным технологическим циклом;
- модель «точки заказа» (оптимального объема страхового запаса), основанная на теории массового обслуживания и теории вероятности, позволяющая рассчитать минимальный размер страхового запаса производственного блока технологически интегрированной производственной системы.

Литература

1. Барановская Т. П., Лойко В. И., Трубилин А. И. Потоковые и инвестиционно-ресурсные модели управления агропромышленным комплексом: монография. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – 352 с.

2. Барановская Т.П. Потоковые модели эффективности интегрированных производственных структур / Т.П. Барановская, В.И. Лойко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №07(23). С. 183 – 194. – Шифр Информрегистра: 0420600012\0169. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2006/07/pdf/22.pdf, 0,75 у.п.л.

3. Лойко В.И. Модели организации хлебопродуктовой интегрированной производственной цепи / В.И. Лойко, И.М. Напсо // Политематиче-

ский сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №04(20). С. 77 – 102. – Шифр Информрегистра: 0420600012\0060. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2006/04/pdf/07.pdf, 1,625 у.п.л.

4. Лойко В.И. Методика и модели оценки эффективности хлебопродуктовых производственных объединений потребительской кооперации / В.И. Лойко, Т.В. Першакова, О.В. Ищенко // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – №02(10). С. 176 – 195. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2005/02/pdf/16.pdf, 1,25 у.п.л.