УДК 631.171

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ КАПЛИ ЖИДКОСТИ С ПОВЕРХНОСТИ ВЕРТИКАЛЬНО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ДИСКОВОГО РАСПЫЛИТЕЛЯ

Шекихачев Юрий Ахметханович
д.т.н., профессор

Шомахов Лев Аслангиреевич
д.т.н., профессор

Хажметов Луан Мухажевич
д.т.н., доцент
Кабардино-Балкарская государственная сельскохозяйственная академия им. Кокова, Нальчик, Россия

Твердохлебов Сергей Анатольевич
к.т.н., доцент кафедры «Технология металлов»

Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

Бербеков Владимир Нажмудинович
к.с.-х.н.

Афасижев Юрий Сафарбиевич
инженер
Кабардино-Балкарская государственная сельскохозяйственная академия им. Кокова, Нальчик, Россия

В данной статье описывается процесс математического моделирования траектории движения капли жидкости с поверхности вертикально вращающегося дискового распылителя, для химической защиты молодых плодовых растений

Ключевые слова: УЛЬТРАМАЛООБЪЕМНЫЙ, РАСПЫЛИТЕЛЬ, ОПРЫСКИВАТЕЛЬ, ФАКЕЛ РАСПЫЛА, УГОЛ РАСКРЫТИЯ, РАБОЧАЯ ЖИДКОСТЬ

UDC631.171

MATHEMATICAL SIMULATION OF LIQUID DROP MOTION TRAJECTORY FORM THE SURFACE OF VERTICALLY REVOLVING DISK SPRAYER

Shekikhachev Yuriy Akhmetkhanovich
Dr.Sci.Tech., professor

Shomahov Lev Aslangireevich
Dr.Sci.Tech., professor

Hazhmetov Luan Mukhazhevich
Dr.Sci.Tech., associate professor
Kabardino-Balkarian State Agricultural Academy of Kokov, Nalchik, Russia

Tverdokhlebov Sergey Anatolyevich
Cand.Tech.Sci., assistant professor of the metals technology department
Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

Berbekov Vladimir Nazhmutdinovich
Cand.Agr.Sci.

Afasizhev Yuriy Safarbievich
engineer
Kabardino-Balkarian State Agricultural Academy of Kokov, Nalchik, Russia

In the given article process of mathematical modeling of a mechanical trajectory of a drip of a fluid from a surface of upright gyrated disk sprayer is featured, for chemical protection of young fruit plants

Keywords: ULTRA LITTLE VOLUME SPRAYER, SPRINKLER, DISPERSION TORCH, DISCLOSING CORNER, WORKING LIQUID

В современных ультрамалообъемных опрыскивателях применяются вращающиеся (ротационные) распылители, выполненные в виде различного рода дисков, конических чаш и барабанов, вращающихся с большой скоростью. Вращающиеся дисковые распылители получили наибольшее применение на штанговых опрыскивателях, которые применяются для химической защиты полевых культур.

Вращающиеся распылители устанавливаются на штанговых опрыскивателях горизонтально, а распыленные ими капли осаждаются на растения за счет силы тяжести. Такое конструктивное решение приводит к уменьшению эффективности опрыскивания и увеличению сноса капель рабочей жидкости ветром.

С целью уменьшения сноса капель и повышения качества опрыскивания применяется принудительное осаждение препаратов, для чего вращающиеся распылители на штанговых опрыскивателях устанавливают совместно с вентиляторами небольшой мощности.

Для эффективного применения штанговых опрыскивателей для защиты молодых плодовых деревьев вращающиеся распылители должны быть установлены вертикально так, чтобы распыливаемые капли рабочей жидкости осаждались на деревья не только за счет сил тяжести, но и за счет центробежных сил. В вертикально вращающихся дисковых распылителях используется только та часть факела распыла, которая направлена к обрабатываемой поверхности, а остальная часть факела экранируется кожухом в специальный сборник и отсасывается насосом. При этом важное значение имеет угол раскрытия факела распыла.

Для определения угла раскрытия факела распыла рабочей жидкости, вертикально вращающего дискового распылителя воспользуемся рисунком 1.

Вначале определим угол α_1. Из рисунка 1 видно, что

$$|O_1F_1|^2 = |O_1A_1|^2 + |A_1F_1|^2 = \ell_р^2 + \Delta h^2, \quad (1)$$

где $\ell_р$ – расстояние от центральной оси плодового дерева до места крепления

распылителя на штанге опрыскивателя, м.

$$\Delta h = h_р - h_д,$$

где $h_р$ – высота установки распылителя от поверхности земли, м;

$h_д$ – высота плодового дерева, м.

С другой стороны:

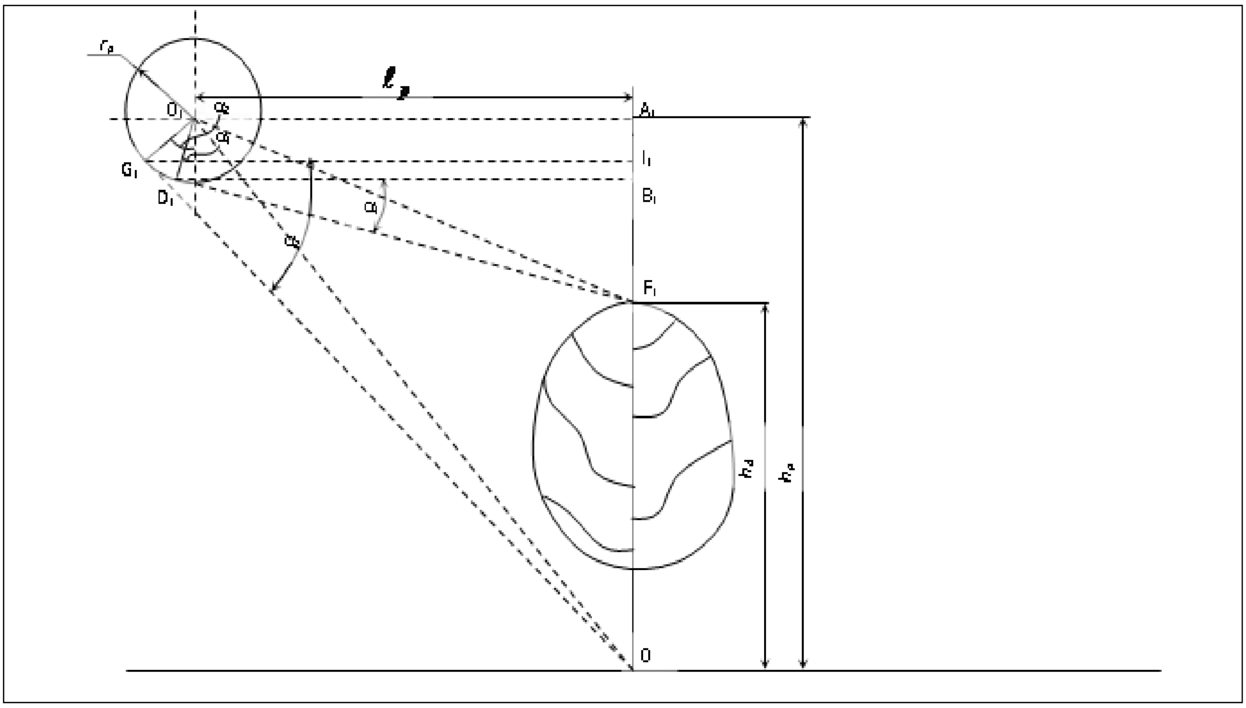

Рисунок 1 – Схема к определению угла раскрытия факела распыла рабочей жидкости, вертикально вращающего дискового распылителя

$$\left|O_1F_1\right|^2 = \left|O_1D_1\right|^2 + \left|D_1F_1\right|^2, \qquad (2)$$

где

$$\left|D_1F_1\right| = \frac{\left|B_1F_1\right|}{\sin\alpha_1} = \frac{\left|A_1F_1\right| - \left|A_1B_1\right|}{\sin\alpha_1} = \frac{\Delta h - r_p\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1} = \frac{\Delta h - r_p\cos\alpha_1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_1}}, \qquad (3)$$

где r_p – радиус дискового распылителя, м.

С учетом (3) выражение (2) примет вид:

$$\left|O_1F_1\right|^2 = r_p^2 + \frac{\left(\Delta h - r_p\cos\alpha_1\right)^2}{1-\cos^2\alpha_1} = r_p^2 + \frac{\Delta h^2 - 2\Delta h r_p\cos\alpha_1 + r_p^2\cos^2\alpha_1}{1-\cos^2\alpha_1}. \qquad (4)$$

Приравниваем выражения (1) и (4):

$$\ell_p^2 + \Delta h^2 = r_p^2 + \frac{\Delta h^2 - 2\Delta h r_p\cos\alpha_1 + r_p^2\cos^2\alpha_1}{1-\cos^2\alpha_1}.$$

После преобразований получим уравнение:

$$\left(\ell_p^2 + \Delta h^2\right)\cos^2\alpha_1 - 2\Delta h r_p\cos\alpha_1 - \left(\ell_p^2 - r_p^2\right) = 0. \qquad (5)$$

Решая уравнение (5), получим искомое выражение:

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{\ell_р\sqrt{\ell_р^2 + \Delta h^2 - r_р^2} + \Delta h r_р}{\ell_р^2 + \Delta h^2}\right). \qquad (6)$$

Далее определяем угол α_2. Из рисунка 1 видно, что

$$|O_1O|^2 = |O_1A_1|^2 + |A_1O|^2 = \ell_р^2 + h_р^2. \qquad (7)$$

С другой стороны:

$$|O_1O|^2 = |O_1G_1|^2 + |G_1O|^2, \qquad (8)$$

где

$$|G_1O| = \frac{|I_1O|}{\sin\alpha_2} = \frac{|A_1O| - |A_1I_1|}{\sin\alpha_2} = \frac{h_р - r_р\cos\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{h_р - r_р\cos\alpha_2}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_2}_{\ р}}. \qquad (9)$$

С учетом (9) выражение (8) примет вид:

$$|G_1O|^2 = r_р^2 + \frac{(h_р - r_р\cos\alpha_2)^2}{1-\cos^2\alpha_2} = r_р^2 + \frac{h_р^2 - 2h_р r_р\cos\alpha_2 + r_р^2\cos^2\alpha_2}{1-\cos^2\alpha_2}. \qquad (10)$$

Приравниваем выражения (7) и (10):

$$\ell_р^2 + h_р^2 = r_р^2 + \frac{h_р^2 - 2h_р r_р\cos\alpha_2 + r_р^2\cos^2\alpha_2}{1-\cos^2\alpha_2}.$$

После преобразований получим уравнение:

$$\left(\ell_р^2 + h_р^2\right)\cos^2\alpha_2 - 2h_р r_р\cos\alpha_2 - \left(\ell_р^2 - r_р^2\right) = 0. \qquad (11)$$

Решая уравнение (11), получим искомое выражение:

$$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{\ell_р\sqrt{\ell_р^2 + h_р^2 - r_р^2} + h_р r_р}{\ell_р^2 + h_р^2}\right). \qquad (12)$$

При $\ell_р$=1,5 м; $h_р$=2,0 м; $h_д$=1,5 м; $r_р$=0,1 м получим, что α_1=15^0, а α_2=51^0.

Графическое изображение результатов расчета по приведенным выражениям показано на рисунке 2.

Для математического моделирования траектории движения капли жидкости с поверхности вертикально вращающегося дискового распылителя рассмотрим силы, действующие на каплю (рисунок 3). Движение единичной капли определяется влиянием начальной скорости, направленной под углом к горизонту и силой сопротивления движению.

Таким образом, процесс движения происходит под действием двух сил: тяжести $G_к$ и сопротивления воздушной среды $F_в$.

Дифференциальное уравнение движения *i*-той капли имеет вид:

$$m_{кi}\frac{dV_{кi}}{dt}=G_{кi}-F_{вi}, \qquad (13)$$

где $m_{Кi}$ – масса *i*-той капли, кг;

$V_{кi}$ – скорость движения *i*-той капли, м/с.

Вес капли $G_{Кi}$ рассчитывается по выражению

$$G_{кi}=\frac{4}{3}\pi r_{кi}^{3}\gamma_{воды}, \qquad (14)$$

где $r_{кi}$ – радиус *i*-той капли, м;

$\gamma_{воды}$ – объемный вес воды, Н/м^3.

Силу сопротивления воздушной среды для *i*-той капли можно рассчитать по выражению

$$F_{вi}=\frac{1}{2}C_x\rho_{возд}V_{кi}{}^2S_{кi}, \qquad (15)$$

где C_x – коэффициент сопротивления движущейся капли;

$\rho_{возд}$ – плотность воздуха, кг/м^3;

$S_{кi}$ – площадь лобовой поверхности *i*-той капли, м^2.

После некоторых преобразований из (15) получим:

$$F_{вi}=\frac{1}{2}\pi r_{кi}^{2}\gamma_{возд}C_xV_{кi}^{2}, \qquad (16)$$

где $\gamma_{возд}$ – объемный вес воздуха, Н/м^3.

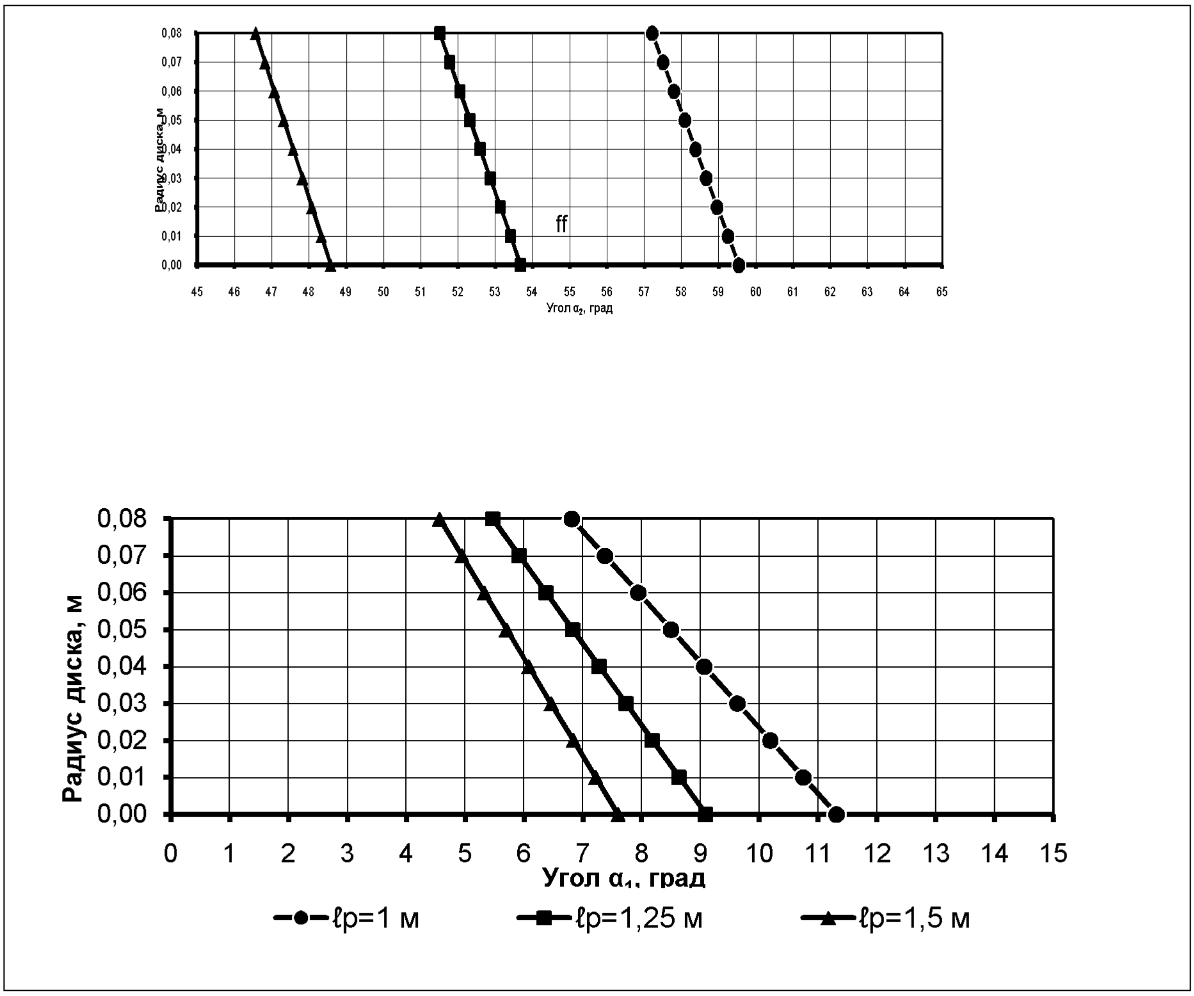

Рисунок 2 – Зависимость углов открытия (а) и закрытия (б) факела распыла от радиуса вертикально вращающегося дискового распылителя при высоте плодового дерева 1,5 м и высоте установки распылителя 1,7

В литературе встречаются различные расчетные значения коэффициента сопротивления при движении капли воды в воздухе.

Ряд исследователей полагают, что этот коэффициент постоянный и равен 0,4. Okamura S. принимает этот коэффициент равным 0,45, а Прандтль Л. – равным 0,5 [**22ж, 110ж**].

Однако многие ученые считают, что допущение постоянства коэффициента C_x, является слишком грубым и определяют его по эмпирическим зависимостям. Наиболее широкое распространение получила зависимость

$$C_x = \frac{K}{\sqrt{R_e}}, \tag{17}$$

где K – постоянный коэффициент.

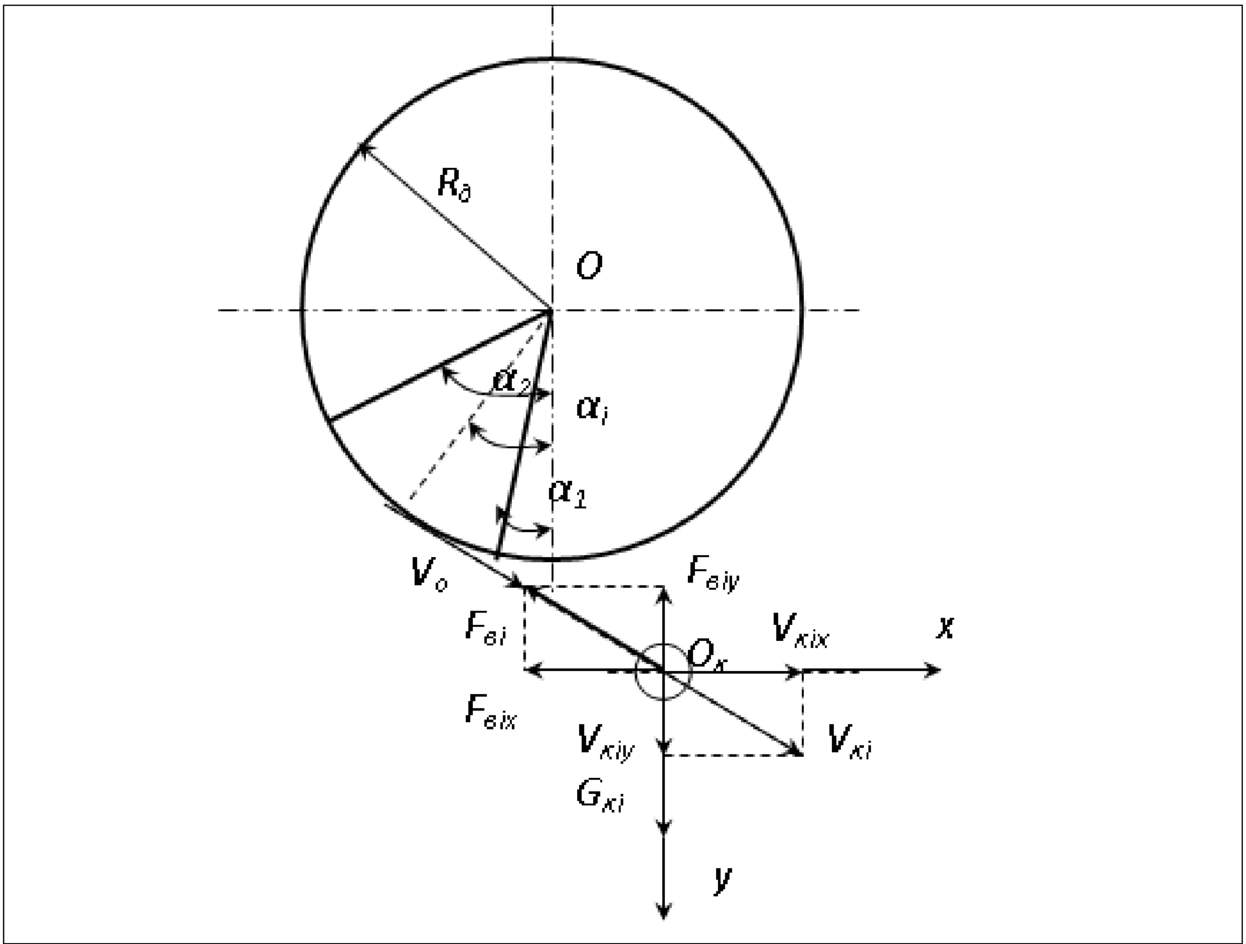

Рисунок 3 – Силы, действующие на каплю жидкости, вылетающую с поверхности вертикально вращающегося дискового распылителя

По мнению А.С. Лышевского и А.Б. Шупяцкого при малых и умеренных значениях числа Рейнольдса до $R_e \approx 800(\lg R_e = 2{,}9)$, значения коэффициента сопротивления снижаются при увеличении числа R_e [3, 4].

Для капли диаметром $d_к \leq 0{,}1$ мм. и значений R_e<2,0 коэффициент сопротивления изменяется в соответствии с формулой Стокса

$$C_x = \frac{24}{\sqrt{R_e}}. \tag{18}$$

Для значений 1,0<R_e<800 коэффициент сопротивления рекомендуется определять по формуле

$$C_x = \frac{12,5}{\sqrt{R_e}}. \qquad (19)$$

Для установившегося свободного падения с предельной скоростью, указанным числам Рейнольдса, соответствуют капли размерами 0,1<d_k<2,0 мм.

В проекциях на оси координат выражение (13) примет вид:

$$\begin{cases} m_{кi}\dfrac{d^2X_{кi}}{dt^2} = -\dfrac{1}{2}\pi r_{кi}^2\gamma_{возд}C_x\dfrac{dX_{кi}}{dt} \\ m_{кi}\dfrac{d^2Y_{кi}}{dt^2} = \dfrac{4}{3}\pi r_{кi}^3\gamma_{воды} - \dfrac{1}{2}\pi r_{кi}^2\gamma_{возд}C_x\dfrac{dY_{кi}}{dt} \end{cases}. \qquad (20)$$

Делим обе части выражений в системе (20) на $m_к$:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2X_{кi}}{dt^2} = -\dfrac{1}{2m_{кi}}\pi r_{кi}^2\gamma_{возд}C_x\dfrac{dX_{кi}}{dt} \\ \dfrac{d^2Y_{кi}}{dt^2} = -\dfrac{1}{2m_{кi}}\pi r_{кi}^2\gamma_{возд}C_x\dfrac{dY_{кi}}{dt} + \dfrac{4}{3m_{кi}}\pi r_{кi}^3\gamma_{воды} \end{cases}. \qquad (21)$$

Умножаем обе части выражений в системе (21) на dt и после некоторых преобразований получим:

$$\begin{cases} d\left(\dfrac{dX_{кi}}{dt}\right) = -k_1 dX_{кi} \\ d\left(\dfrac{dY_{кi}}{dt}\right) = -k_1 dY_{кi} + k_2 dt \end{cases}, \qquad (9)$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты пропорциональности, которые можно рассчитать

по формулам:

$$\begin{cases} k_1 = \dfrac{1}{2m_{кi}}\pi r_{кi}^2\gamma_{возд}C_x \\ k_2 = \dfrac{4}{3m_{кi}}\pi r_{кi}^3\gamma_{воды} \end{cases}. \qquad (22)$$

Интегрируем выражения в системе (22), получим:

$$\begin{cases} \dfrac{dX_{кi}}{dt} = -k_1 X_{кi} + C_1 \\ \dfrac{dY_{кi}}{dt} = -k_1 Y_{кi} + k_2 t + C_2 \end{cases}. \tag{23}$$

Произвольные постоянные C_1 и C_2 определяем по начальным условиям. При $t = 0$ имеем:

$$X_{кi} = Y_{кi} = 0, \tag{24}$$

$$\frac{dX_{кi}}{dt} = V_{кoi} \cos\alpha_i, \tag{25}$$

$$\frac{dY_{кi}}{dt} = V_{кoi} \sin\alpha_i, \tag{26}$$

где $V_{кoi}$ – начальная скорость *i*-той капли, м/с, равная:

$$V_{кoi} = \omega_д R_д, \tag{27}$$

где $\omega_д$ – угловая скорость вращения диска, с$^{-1}$;

$R_д$ – радиус диска, м.

С учетом выражений (24)…(26) получим:

$$C_1 = V_{кoi} \cos\alpha_i, \tag{28}$$

$$C_2 = V_{кoi} \sin\alpha_i. \tag{29}$$

Таким образом, систему уравнений (23) можно переписать в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dX_{кi}}{dt} = -k_1 X_{кi} + V_{кoi} \cos\alpha_i \\ \dfrac{dY_{кi}}{dt} = -k_1 Y_{кi} + k_2 t + V_{кoi} \sin\alpha_i \end{cases}. \tag{30}$$

Перейдем к дальнейшему интегрированию выражений системы уравнений (30). Перепишем ее в виде:

$$\begin{cases} k_1 X_{кi} + \dfrac{dX_{кi}}{dt} = V_{кoi} \cos\alpha_i \\ k_1 Y_{кi} + \dfrac{dY_{кi}}{dt} = k_2 t + V_{кoi} \sin\alpha_i \end{cases} \tag{31}$$

Можно заметить, что интегрирующий множитель этих дифференциальных уравнений есть $e^{k_1 t}$. Умножаем эти уравнения на $e^{k_1 t}$ и представляем в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(X_{\kappa i} e^{k_1 t}\right) = e^{k_1 t} V_{\kappa o i} \cos\alpha_i \\ \dfrac{d}{dt}\left(Y_{\kappa i} e^{k_1 t}\right) = e^{k_1 t} V_{\kappa o i} \sin\alpha_i + e^{k_1 t} k_2 t \end{cases}. \quad (32)$$

Умножение на dt и интегрирование первого выражения в системе уравнений (32) дает:

$$X_{\kappa i} e^{k_1 t} = \frac{e^{k_1 t} V_{\kappa o i} \cos\alpha_i}{k_1} + C_4. \quad (33)$$

При $t = 0$ имеем, что $X_{\kappa i} = 0$. Тогда из выражения (33) получим, что

$$C_4 = -\frac{V_{\kappa o i} \cos\alpha_i}{k_1}. \quad (34)$$

Следовательно

$$X_{\kappa i} e^{k_1 t} = \frac{e^{k_1 t} V_{\kappa o i} \cos\alpha_i}{k_1} - \frac{V_{\kappa o i} \cos\alpha_i}{k_1}, \quad (35)$$

откуда

$$X_{\kappa i} = \frac{V_{\kappa o i} \cos\alpha_i}{k_1}\left(1 - e^{-k_1 t}\right). \quad (36)$$

Интегрируем второе выражение системы уравнений (30), и умножив на dt, получаем,

$$Y_{\kappa i} e^{k_1 t} = \frac{e^{k_1 t} V_{\kappa o i} \sin\alpha_i}{k_1} + k_2 \int e^{k_1 t} t\,dt + C_5. \quad (37)$$

Интеграл $\int e^{k_1 t} t\,dt$ интегрируем по частям:

$$\int e^{k_1 t} t\,dt = \frac{e^{k_1 t} t}{k_1} - \frac{1}{k_1}\int e^{k_1 t} dt = \frac{e^{k_1 t} t}{k_1} - \frac{e^{k_1 t}}{k_1^2}. \quad (38)$$

С учетом (38) выражение (37) примет вид:

$$Y_{\kappa i} e^{k_1 t} = \frac{e^{k_1 t} V_{\kappa o i} \sin\alpha_i}{k_1} + \frac{k_2 e^{k_1 t} t}{k_1} - \frac{k_2 e^{k_1 t}}{k_1^2} + C_5. \quad (39)$$

При $t=0$ имеем, что $Y_к = h_д - R_д \cos\alpha_i$,

где $h_д$ – высота расположения диска, м.

С учетом этого произвольное постоянное C_5 будет равно:

$$C_5 = h_д - R_д \cos\alpha_i - \frac{V_{кoi} \sin\alpha_i}{k_1} + \frac{k_2}{k_1^2}. \quad (40)$$

Тогда выражение (39) примет вид:

$$Y_{кi} e^{k_1 t} = \frac{e^{k_1 t} V_{кoi} \sin\alpha_i}{k_1} + \frac{k_2 e^{k_1 t} t}{k_1} - \frac{k_2 e^{k_1 t}}{k_1^2} + h_д - R_д \cos\alpha_i - \frac{V_{кoi} \sin\alpha_i}{k_1} + \frac{k_2}{k_1^2} \cdot \quad (41)$$

Окончательно после несложных преобразований получим:

$$Y_{кi} = h_д - R_д \cos\alpha_i + \left(\frac{V_{кoi} \sin\alpha_i}{k_1} - \frac{k_2}{k_1^2}\right)\left(1 - e^{-k_1 t}\right) + \frac{k_2 t}{k_1}. \quad (42)$$

Таким образом, движение *i*-той капли будет определяться выражениями:

$$\begin{cases} X_{кi} = \dfrac{V_{кoi} \cos\alpha_i}{k_1}\left(1 - e^{-k_1 t}\right) \\ Y_{кi} = h_д - R_д \cos\alpha_i + \left(\dfrac{V_{кoi} \sin\alpha_i}{k_1} - \dfrac{k_2}{k_1^2}\right)\left(1 - e^{-k_1 t}\right) + \dfrac{k_2 t}{k_1} \end{cases}. \quad (43)$$

Реализация системы уравнений (43) приведена на рисунке 4 при диаметре дискового распылителя 100 мм, числе его оборотов 1000 об/мин и высоте его расположения 1,9 м.

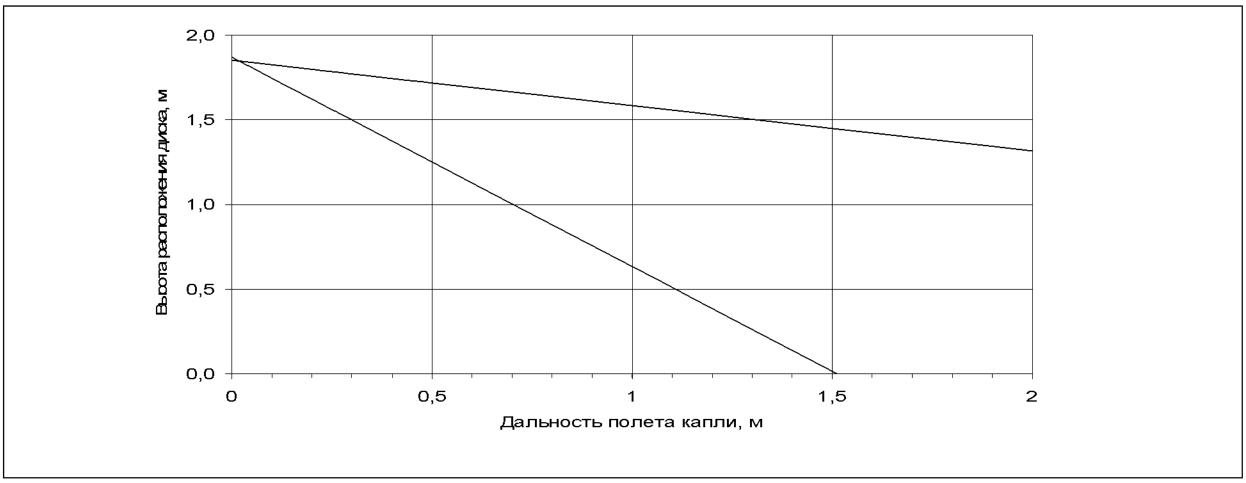

Рисунок 4 – Зависимость дальности полета капли от высоты расположения распыливающего диска

Список использованной литературы

1. Губер К.В., Лямперт Г.П., Храбров М.Ю., Степанов В.П. Тенденция развития техники для орошения на ближайший период // Тракторы и сельскохозяйственные машины, №8, 1995.- с. 5-9.

2. Прандтль Л. Гидроаэромеханика.- М., 1951.- 575 с.

3. Лышевский А.С. Изменение коэффициента сопротивления жидких капель // Известия вузов.- М., Машиностроение, 1964.- с. 75-81.

4. Шупяцкий А.Б. Форма и скорость падения водяных и дождевых капель // Известия АН СССР, №5.- М., 1959