УДК 004.413.4

ВЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РИСКОВ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ

Винтизенко Игорь Георгиевич
д.т.н., к.т.н., профессор
Ставропольский государственный университет Ставрополь, Россия

Новаков Алексей Андреевич
Кисловодский институт экономики и права Кисловодск, Россия

В статье показано построение векторных моделей теоретических (количественных) рисков, имеющих стоимость. Представлено математическое моделирование параллельных проектов, уязвимых каждый своим локальным риском, с построением обобщённого риска этого конгломерата проектов или активов. В качестве типичного случая такой конструкции использован портфель ценных бумаг. Предложенная ранее векторная диадическая модель перерастает в векторную четырёхмерную с различными вариациями векторных (внешних) и скалярных (внутренних) произведений векторов «рискованной стоимости» локальных рисков

Ключевые слова: РИСК, МОДЕЛЬ РИСКА, СТОИМОСТЬ РИСКА, РИСКИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ, ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА, РИСК КАК ДИСПЕРСИЯ ДОХОДОВ ПОРТФЕЛЯ

UDK 004.413.4

VECTOR MODEL OF ECONOMIC RISKS OF PARALLEL PROJECTS

Vintizenko Igor Georgievitch
Dr.Sci.Tech., professor
Stavropol State University, Stavropol, Russia

Novakov Aleksey Andreevich
Kislovodsky Institute of Economy and Justice, Kislovodsk, Russia

The construction of vector models of the theoretical (quantitative) risks having cost has been shown. Model of parallel projects, vulnerable with the local risk, with construction of the generalized risk of this conglomerate of projects is shown. As a typical case of such design, the portfolio of securities is presented. Earlier offered vector dyadic model develops in four-dimensional model with various variations of vector (external) and scalar (internal) products of vectors of "risky cost" of local risks

Keywords: RISK, MODEL OF RISK, COST OF RISK, RISKS OF PARALLEL PROJECTS, VECTOR SPACES, RISK AS DISPERSION OF INCOMES OF PORTFOLIO

Достаточно давно в рискологии начали рассматриваться различные модели рисков [1-4]. Естественно, что такие модели удаётся строить только на базе теоретических (количественных) рисков, поскольку эффективные риски (вербальные, лингвистические, качественные, субъективные, интуитивные, «литературные», дескриптивные, косвенные, описательные, атрибутивные, «психологические») не позволяют использовать их для сбора каких-либо количественных математических конструкций.

Одна из слабостей рискологии состоит в том, что в ней чаще всего рассматриваются одиночные риски. Хотя проблемы расчёта и моделирования взаимосвязанных рисков просматриваются в деревьях уязвимостей, угроз и контрмер (деревьях решений), в обширных классификациях рисков следует предусмотреть место для составных рисков сочетаний последовательных, параллельных или последовательно-параллельных проектов, каждый из которых может быть уязвлён собственным локальным риском. Составные риски начинают удивлять нас новыми свойствами, они могут перемещаться по цепочкам рискованных проектов, мультиплицироваться, интерферировать и диверсифицироваться в параллельных сочетаниях активов или проектов.

В работах [5-10] были предложены векторные диадические модели рисков, в них риск представлялся как многомерный объект, имеющий величину и направление, математически это вектор в квазикомплексном пространстве. Векторы определяются на математическом языке как «направленные величины» или «величины, обладающие длиной и направлением». Эти модели оказались хорошо работающими в случае составных рисков последовательных логистических цепочек проектов, особенно если каждый проект отягощён своим локальным риском, а требуется найти обобщённый риск всего мегапроекта или всей цепочки – от её входа до выхода. Такая конструкция хорошо описывает практически все виды производств, управлений, банковских операций, торговли и пр. Всегда любой экономический, финансовый, производственный, маркетинговый процесс можно представить в виде входа, проекта закупки, проекта изготовления, проекта сборки, проекта продажи, выхода цепочки. Многие казалось бы привычные операции в экономике (например, аутсорсинг рисков) на самом деле оказываются дополнительными последовательными звеньями или проектами, операция страхования оказывается в общем виде ранимой собственным риском невыполнения страховой фирмой обязательств по страхованию основного актива или проекта предпринимателя, т.е. в основной цепочке проектов появляется ещё одно последовательное ненадёжное звено.

Естественно, новая исследовательская платформа с векторными моделями «последовательных» рисков позволяет надеяться, что и «параллельные» риски или риски параллельных проектов удастся моделировать векторами в векторном пространстве. Поэтому стоит обратиться к основам современной абстрактной алгебры и к векторному анализу [11-13].

Идея векторной модели риска [5-10] состоит в задании двух линейно-независимых векторов - вектора «обыкновенной стоимости» и вектора «рискованной стоимости». Предполагается, что риски имеют не только количественные значения (модули, уровни, оценки, индексы), но и стоимостные эквиваленты, поскольку стоимость – первая и важнейшая экономическая категория. Эти два вектора размещаются в ортогональном диадическом пространстве так, что их суммарный (полный) вектор позволяет быть приложенным к сколь угодно сложным моделям составных рисков последовательных логистических цепочек. Как правило, все сомнения возникают по поводу стоимостных значений по оси «рискованной стоимости».

Покажем, как риски и их модели в случае параллельных сочетаний проектов становятся четырёхмерными. Очевидное математическое положение, используемое при построении модели риска портфеля: площадь плоской фигуры в трёхмерном пространстве может быть задана вектором $\boldsymbol{a}$, модуль которого равен площади a фигуры, а направление совпадает с направлением положительной нормали к плоскости фигуры. В частности, площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, может быть задана вектором $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$. Среди многих способов менеджирования параллельных рисков диверсификация рассматривается как метод снижения риска. Диверсификация – процесс распределения инвестируемых средств между различными i и j, не связанными друг с другом объектами вложений с целью снижения (математически - минимизации) общего риска.

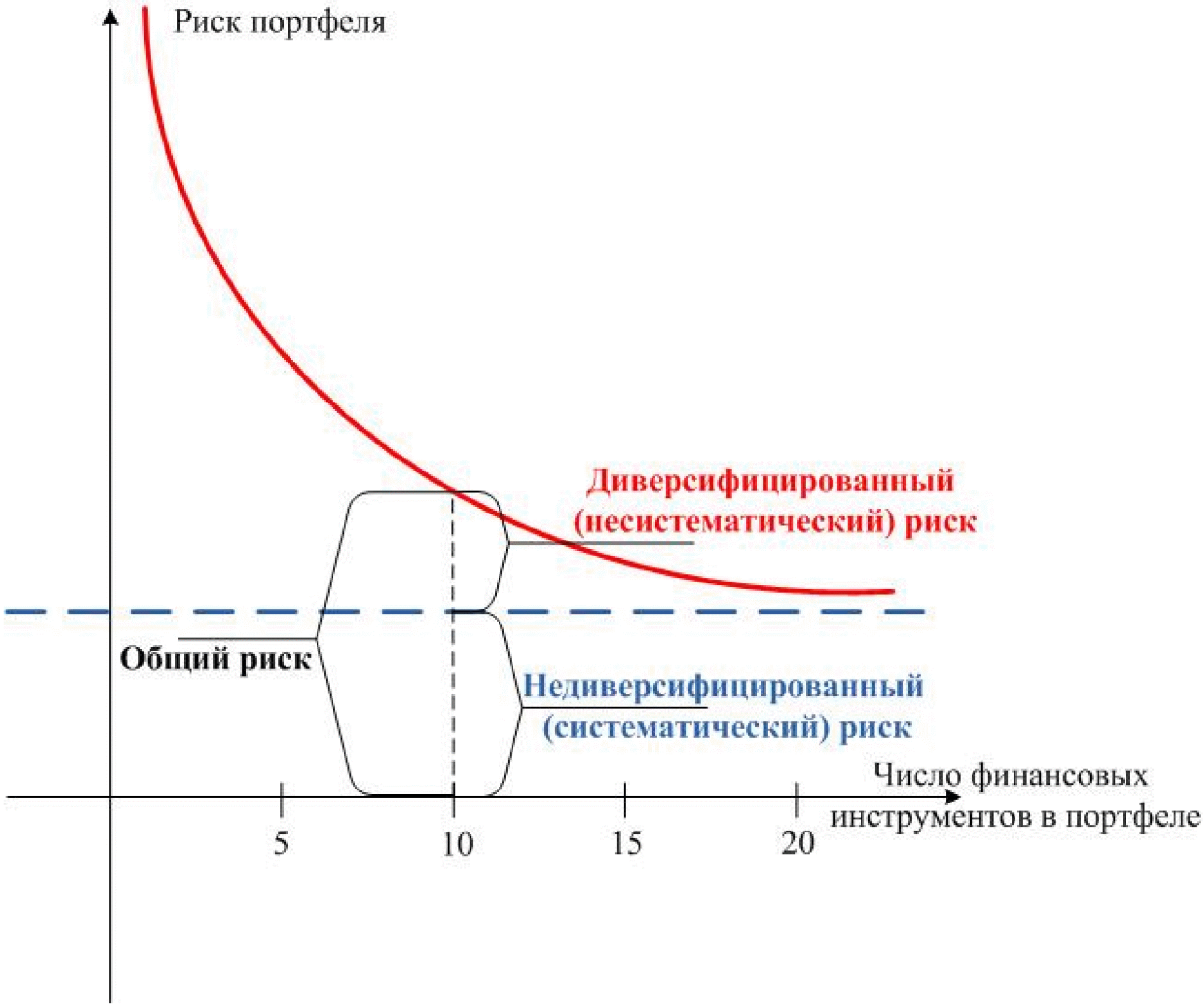

Рисунок 1 – Риск портфеля и его зависимость от систематической и несистематической составляющих и числа инструментов в портфеле

Любое предприятие может рассматриваться как совокупность некоторых активов (материальных и финансовых), находящихся в определённом сочетании, т.е. представляет собой некий специфический портфель. Общий риск портфеля находится как сумма диверсифицированного (несистематического) риска и недиверсифицированного (систематического) риска. Рис. 1 иллюстрирует зависимость степени (уровня, оценки, индекса, модуля, величины) риска портфеля от диверсификации портфеля и числа финансовых инструментов в портфеле.

Хорошо известным и наиболее удачным примером объектов с многими параллельными рисками является портфель ценных бумаг. В портфеле находится N ценных бумаг, каждая со своими уникальными параметрами – это доходность актива, стандарт, дисперсия актива, коэффициент корреляции любого актива с любым другим активом, относительная доля актива в общей стоимости ценных бумаг портфеля, риск актива, а также доходность портфеля и риск портфеля. Благодаря Нобелевскому лауреату Г. Марковицу [14] мы знаем, что риск портфеля есть суммарная дисперсия его активов. Сразу же отметим, что тем самым среди многих способов количественной идентификации рискованной стоимости мы выбираем способ просчитывать риск через вариативность переменных (активов). Приведём разновидности классической формулы для риска портфеля.

Риск портфеля, измеряемый через дисперсию, рассчитывается как взвешенная сумма коэффициентов ковариации всех пар активов в портфеле. Пусть $A_1, A_2, A_3, \dots A_N$ - активы; $W_1, W_2, W_3, \dots W_N$ - веса, с которыми каждый актив представлен в портфеле; $R_1, R_2, R_3, \dots R_N$ - доходы по каждому из активов. Тогда риск портфеля σ_p^2 можно найти так:

$$\sigma_p^2 = \sum_{\substack{j=1\\ i=1}}^{N} W_i \cdot W_j \cdot cov(i,j) = \sum_{i=1}^{N} W_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i}^{N} W_i \cdot W_j \cdot cov(i,j)$$

где в правой части формулы использовано упрощающее свойство симметричности дисперсионно-ковариационной матрицы.

Преимущества диверсификации происходят от включения в портфель активов, которые имеют низкие и даже отрицательные коэффициенты ковариации с другими активами портфеля, что уменьшает двойную сумму коэффициентов ковариации и даже может сделать её отрицательной, следовательно, понижается общий риск портфеля.

В связи с тем, что коэффициент ковариации имеет известный и очевидный недостаток (неограниченность по величине), то в качестве показателя связи активов чаще принято использовать коэффициент корреляции. Преимущество ранжирования пар активов по их коэффициентам корреляции заключается в предоставлении чёткой системы включения тех активов, которые увеличивают преимущества диверсификации, и исключения тех, которые этого не делают. Коэффициент корреляции: $\rho(i,j) = \dfrac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$.

Он через коэффициент ковариации выражается как $cov_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$.

Отсюда дисперсию D, и следовательно, риск портфеля, содержащего N активов, можно найти, используя коэффициенты корреляции, дисперсию и среднеквадратичные отклонения (стандарты) доходов активов:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} W_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N} \sum_{j>i}^{N} W_i \cdot W_j \cdot \rho(i,j) \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \qquad (1.1)$$

где $\sigma_p^2 = D$ - дисперсия портфеля;

σ_i^2 и σ_j^2 - дисперсии доходов, соответственно по активам i и j;

ρ_{ij} или $\rho(i,j)$ – коэффициент корреляции доходов по активам i и j;

σ_i, σ_j - средние квадратичные отклонения (стандарты) доходов соответственно по активам i и j. Стандарт портфеля определяется через квадратный корень из дисперсии портфеля.

При построении обобщённого риска параллельных проектов сумма векторов векторных произведений $\boldsymbol{w_i\sigma_i}$, $\boldsymbol{w_j\sigma_j}$: $\boldsymbol{w_i\sigma_i} \times \boldsymbol{w_i\sigma_i}$, $\boldsymbol{w_j\sigma_j} \times \boldsymbol{w_j\sigma_j}$, $\boldsymbol{w_i\sigma_i} \times \boldsymbol{w_j\sigma_j} \cdot \rho_{ij}$ создаёт трёхмерную векторную модель «рискованной стоимости» с единственным суммарным результирующим вектором. Результатом каждого векторного произведения становятся новые векторы $\boldsymbol{w_i\sigma_i} \times \boldsymbol{w_i\sigma_i}$, $\boldsymbol{w_j\sigma_j} \times \boldsymbol{w_j\sigma_j}$ или $\boldsymbol{w_i\sigma_i} \times \boldsymbol{w_j\sigma_j} \cdot \rho_{ij}$, их направления ортогональны направлениям исходных (перемножаемых) векторов $\boldsymbol{w_i\sigma_i}$, $\boldsymbol{w_j\sigma_j}$, направление результирующего вектора определяется правой декартовой системой координат.

Коэффициент корреляции ρ_{ij} моделируется синусом угла φ_{ij} векторного произведения $\boldsymbol{w_i\sigma_i} \times \boldsymbol{w_j\sigma_j} = w_i\sigma_i w_j\sigma_j sin\varphi_{ij}$ $\boldsymbol{w_i\sigma_i} \times \boldsymbol{w_j\sigma_j} \cdot \rho_{ij} = w_i\sigma_i w_j\sigma_j\rho_{ij}$, поскольку синус изменяется в тех же пределах, что и коэффициент корреляции, его значения в модели совпадают по смыслу со значениями ρ_{ij}. На рис. 2 показана графическая иллюстрация векторного произведения в пяти случаях: $\rho_{ii} = sin(\varphi_{ii} = 90^0) = +1$, $0 \le \rho_{ik} = sin(\varphi_{ik} < 90^0) \le +1$, $\rho_{ij} = sin(\varphi_{ij} = 0^0) = 0$, $-1 \le \rho_{il} = sin(-90^0 < \varphi_{il} < 0^0) \le 0$, $\rho_{in} = sin(\varphi_{in} = -90^0) = -1$.

Заметим, что составные части вектора «рискованной стоимости» стали трёхмерными, переводя «рискованную» составляющую векторной модели параллельных рисков в трёхмерный образ. Если сюда не забыть добавить вектор «обыкновенной стоимости», то конструкция риска становится четырёхмерной, составными инструментами, описывающими её, будут кватернионы, алгебра Клиффорда над полем действительных чисел и числа Клиффорда [11]. Множество кватернионов обладает структурой четырёхмерного действительного векторного пространства

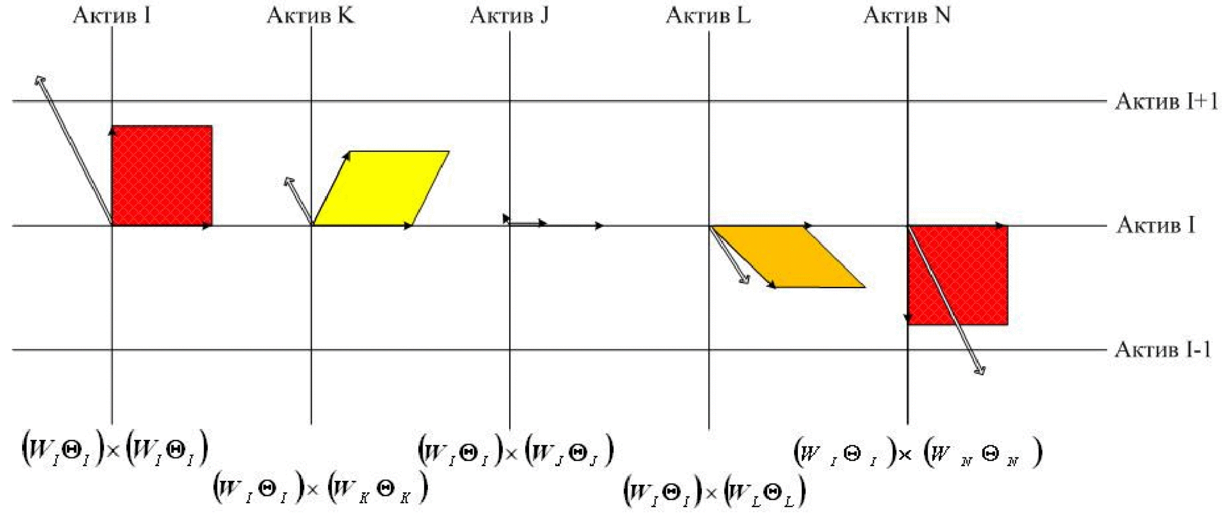

Рисунок 2 – Трёхмерные векторные модели для примеров взаимодействия i-го актива с i-тым ($\rho_{ii} = +1$), с k-тым ($0 < \rho_{ik} < +1$), с j-тым ($\rho_{ij} = 0$), с l-тым ($0 > \rho_{il} > -1$) и с n-тым ($\rho_{in} = -1$) активами

Общая структура трёхмерного векторного пространства «рискованных стоимостей» портфеля активов приведена на рис. 3. Теперь по формуле Г. Марковица дисперсия портфеля, равная его «рискованной стоимости», складывается из векторов векторных произведений типа $\boldsymbol{w_i\sigma_i}\times\boldsymbol{w_i\sigma_i}$, $\boldsymbol{w_j\sigma_j}\times\boldsymbol{w_j\sigma_j}$, … входящих в недиверсифицированную (систематическую) часть риска портфеля, и из двойного сложения векторных произведений $\boldsymbol{w_i\sigma_i}\times\boldsymbol{w_j\sigma_j}\cdot\rho_{ij}$ …, составляющих часть его диверсифицированной (несистематической) составляющей. Сумма параллельных векторов из тех и других результатов векторных произведений образует общий трёхмерный вектор «рискованной стоимости», это и будет вектор дисперсии портфеля $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{\sigma}^2$.

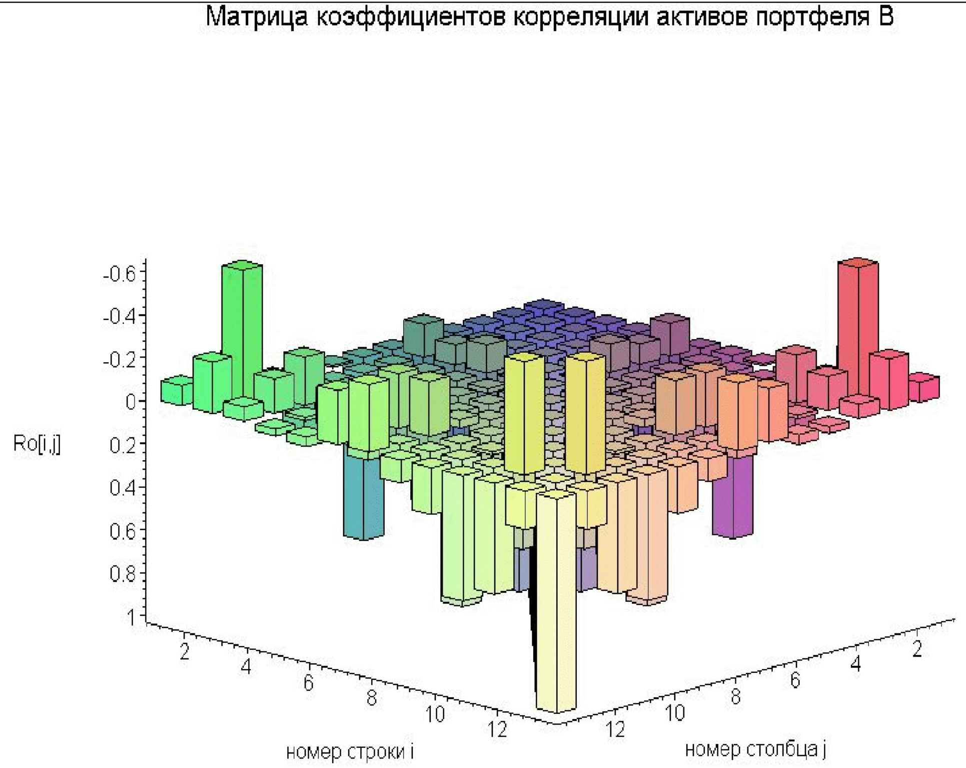

Рисунок 3 – Портфель, состоящий из 13 активов, отрицательные векторы рисков пар его активов показаны на верхней части картинки, перевёрнутой, чтобы нагляднее изобразить диверсифицированную составляющую риска всего портфеля. Система компьютерной математики *MAPLE 9.5*

Таким образом, работа продолжает цикл исследований [5-10] по созданию многомерных векторных моделей составных рисков последовательно-параллельных конгломератов экономических проектов, событий, явлений, процессов, каждый из которых уязвим собственным локальным риском, с получением обобщённого составного риска всего метапроекта как функции от локальных рисков отдельных операций. Известный подход Г. Марковица к поиску риска портфеля ценных бумаг [14] не только послужил основой идеи настоящего проекта, но и стал его проверочной базой.

Список литературы:

1. Шоломицкий А.Г. Теория риска. Выбор при неопределённости и моделирование риска. М.: Издательский дом ГУ ВШЭ, 2005. 400 с.
2. Аминов А.Е. Рискология. М.: Финпром, 2006. 280 с.
3. Буянов В.П., Кирсанов К.А., Михайлов Л.А. Управление рисками (рискология) / Учебное пособие. Второе издание, исправленное и дополненное. М.: Издательство «Экзамен», 2002. 384 с.
4. Перепелица В.А., Попова Е.В. Математические модели и методы оценки рисков экономических, социальных и аграрных процессов. Ростов-на-Дону: Издательство Ростовского государственного университета, 2002. 202 с.
5. Винтизенко И.Г., Черкасов А.А. Типажи переменных современной экономики, отягощённых рисками // Вестник Адыгейского государственного университета. - 2010. № 3. С. 41-47.
6. Винтизенко И.Г., Черкасов А.А. Диадические количественные риски цепочек последовательных экономических проектов // Вестник Адыгейского государственного университета. 2010. № 4. С. 63-69.
7. Винтизенко И.Г., Черкасов А.А. Роль неопределённости и риска в современной экономике // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета [Электронный ресурс]. - Краснодар: КубГАУ, № 64 (10) 2010 года. Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2010/10/pdf/06.pdf. Идентификационный номер Информрегистра 0421000012/0267.
8. Винтизенко И.Г., Черкасов А.А. Области экономических приложений векторной диадической модели риска // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета [Электронный ресурс]. - Краснодар: КубГАУ, № 65 (1) 2011 года. Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/1/pdf/06.pdf. Идентификационный номер Информрегистра 0421100012/0013.
9. Винтизенко И.Г., Черкасов А.А. Математическое моделирование рисков структурных скачков российской экономики // Управление экономическими системами. 2010, № 4 (24), № государственной регистрации статьи – 0421000034. – Режим доступа к журналу: http://uecs.mcnip.ru.
10. Винтизенко И.Г., Черкасов А.А. Диадическая трактовка количественного риска // Современные наукоёмкие технологии. 2010. № 4. С. 28-35.
11. Казанова Г. Векторная алгебра. Из серии «Современная математика». М.: Издательство «Мир», 1979. 120 с.
12. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Том 1. М.: Издательство иностранной литературы, 1958. 932 с.
13. Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. М.: Издательство «Мир», 1979. 260 с.
14. *Markowitz H.M. Portfolio Selection // Journal of Finances. 1952. v. 7. № 1. P. 77-91.*