УДК 631. 347. 004; 519.85

ОПТИМИЗАЦИЯ НАГРУЗКИ НА ПОЛИВНУЮ ТЕХНИКУ

Снипич Юрий Фёдорович
к. т. н.

Воеводина Лидия Анатольевна
к. с.-х. н.
Федеральное государственное научное учреждение «Российский научно исследовательский институт проблем мелиорации», ФГНУ «РосНИИПМ» Новочеркасск, Россия

Чекунов Алексей Николаевич
ФГОУ СПО «Пухляковский сельскохозяйственный техникум»

Рассматривается математическое моделирование процесса выбора эксплуатационных параметров техники полива, которое может быть использовано как теоретическая основа, позволяющая производить многовариантные численные эксперименты с целью получения результатов для конкретного орошаемого участка. Статья рекомендуется для научно-исследовательских и других организаций при проектировании новых и реконструкции существующих участков, а для эксплуатационных организаций при принятии решений выбора технологии и техники полива

Ключевые слова: МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЭКСПЛУАТАЦИОННАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ, ДЕФИЦИТ ВОДОПОТРЕБЛЕНИЯ, ВЫБОР КОНСТРУКЦИОННЫХ И ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

UDC 631. 347. 004; 519.85

CAPACITY OPTIMIZATION ON THE IRRIGATION TECHNICS

Snipich Yuriy Fyodorovich,
Cand.Tech.Sci.

Voevodina Lidia Anatolyevna
Cand. Agr. Sci.
Federal State Scientific Establishment «The Russian scientific research institute of land improvement problems», FSSE «RSRILIP», Novocherkassk, Russia

Chekunov Alexey Nikolaevich
Federal State Educational Establishment «Pukhlyakovsky agricultural college», FSEE «PAC», Puhlyakovskaya, Russia

Mathematical modeling of process of an operational parameters choice of watering techniques, which can be used as the theoretical basis, allowing making multiple numerical experiments for the purpose of results reception for a concrete irrigated site, is considered. Article is recommended for researching and other organizations at designing new and reconstruction of existing sites, and for the operational organizations at decision-making of a choice of technology and watering techniques

Keywords: MODELLING, OPERATIONAL EFFICIENCY, DEFICIENCY OF WATER CONSUMPTION, THE CHOICE OF CONSTRUCTIONAL AND OPERATIONAL PARAMETERS

Оптимизация нагрузки на поливную технику, зависит от принятых ещё на стадии проектирования технических решений, конструкционных параметров и реализуемого уровня производительности в процессе эксплуатации. Рассматривая поливную технику в комплексе с орошаемым участком, которую она обслуживает, необходимо определить условия, влияющие на выбор конструктивных и эксплуатационных параметров.

Через свои технические и технологические характеристики поливная техника должна отвечать требованиям, предъявляемым к условиям водоподачи на всей обслуживаемой ею площади. В зависимости от того, насколько полно удовлетворяется потребность орошаемого участка в оросительной воде и получение продукции в стоимостном выражении, будет зависеть целесообразность применения применяемой поливной техники. В соответствии с общей задачей оптимизации технических средств орошения, в качестве целесообразности принимаем максимум дополнительного чистого дохода от использования поливной техники с учетом приведенных затрат на её приобретение и организацию эксплуатации. При этом дополнительный доход определяется как разность чистого дохода при оптимальном поливном режиме и чистого дохода без применения орошения. Естественно, что считать применение данного вида орошения целесообразным можно тогда, когда достигается значительное превышение чистого дохода в случае технического и технологического и усовершенствования поливной техники или без такового.

В качестве показателя, объединяющего действия случайных факторов при подборе оптимальной поливной техники предлагается рассматривать величину удельного сезонного дефицита водопотребления культуры x, м^3/га. Дефицит водопотребления удовлетворяется применением поливной техники производительностью N, м^3/га. Под производительностью поливной техники понимается количество воды, которое она может подать на 1 га сезонной нагрузки за вегетационный период. Производительность её представляет собой функцию технологических удельных показателей качества (конструктивных параметров $к$ (расход, ширина захвата, паспортная скорость перемещения и т.д.) и эксплуатационных параметров $э$ (время работы на одной позиции, технологическая скорость перемещения, показатели использования рабочего времени, схемы полива и др.).

Конструкционные параметры являются выходными характеристиками поливной техники. Каждый из них, в свою очередь, может быть представлен в виде совокупности некоторых технических характеристик.

Вероятная величина сезонного дефицита водопотребления культуры x и техническая возможность ее удовлетворения N (κ_i, $э_j$) в различные по засушливости годы дают, при сопоставлении разные величины отклонения $\lfloor x - N(\kappa_i, э_j)\rfloor$. При этом нарушается оптимальный режим удовлетворения растений водой, и максимальный дополнительный чистый доход от орошения $\Phi_{мах}(x)$ уменьшается на величину ущерба от недополива или переполива. Данное положение можно выразить математически:

$$\Phi_{мах}(x) = c \cdot \lfloor x - N(\kappa_i, э_j)\rfloor, \qquad (1)$$

где c – удельный ущерб от снижения или увеличения водоподачи, р/га.

Заметим, что величина $\Phi_{мах}(x)$ в любом варианте соотношения x и N (κ_i, $э_j$), должна быть уменьшена на приведенные затраты на техническое и технологическое усовершенствование поливной техники и устройство подводящей сети, которые зависят от конструкционных параметров $(e \cdot f(k))$, где e – коэффициент приведения эксплуатационных затрат.

Этот способ формирования комплексных экономических критериев оптимизации решений широко используется в экономической литературе.

При известном характере распределения случайной величины x дефицита водопотребления математическое ожидание показателя окупаемости $\bar{\Phi}(\kappa_i, э_j)$ находится по формуле:

$$\bar{\Phi}(\kappa_i, э_j) = M_x\left[\Phi(x, \kappa_i, э_j)\right], \qquad (2)$$

где: M_ξ – символ математического ожидания.

Детально формулу (2) можно представить следующим образом:

$$\Phi(x, \kappa_i, э_j) = \left\{\begin{array}{ll} -e \cdot f_0(\kappa_i), & -\infty < x \le 0 \\ \Phi_{\max}(x) - e \cdot f_0(\kappa_i), & 0 < x \le N(\kappa_i, э_j) \\ \Phi_{\max}(x) - c \cdot \left[x - N(\kappa_i, э_j)\right] - e \cdot f_0(\kappa_i), & N(\kappa_i, э_j) < x \le +\infty \end{array}\right\}, \qquad (3)$$

где e – коэффициент приведения капитальных затрат, зависящий от конструкционных параметров $к_i$.

С учетом (2 и 3) отыскание максимума полученного функционала по какому-либо параметру или группе параметров из $к_i$ и $э_j$ сводится к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Phi\left(\bar{к_i}, э_j\right)}{\partial к_i} = 0, & i = \overline{1, n} \\ \dfrac{\partial \Phi\left(к_i, э_j\right)}{\partial э_j} = 0, & j = \overline{1, m} \end{cases}, \qquad (4)$$

Данная система формул, (4), допускает некоторые упрощения. При невозможности варьирования какого-либо параметра, его значения фиксируются, а соответствующее ему уравнение удаляется. В результате решения системы, возможно получить оптимальные значения $к_i$ и $э_j$ идентифицирующих оптимальную модификацию поливной техники и эксплуатационный режим ее применения. Оптимальный выбор указанных конструкционных и эксплуатационных параметров приносит максимальные значения показателю окупаемости для рассматриваемой агроклиматической зоны и культуры с учетом влияния случайных ситуаций по дефициту водопотребления. Если в качестве $к_i$ взять не один конструкционный параметр, а некоторую совокупность параметров, объединенную по функциональному назначению то формула (4) преобразуется в формулу оптимизации модульной компоновки дождевальной машины.

Описанная модель, приведенная к конкретным случаям, может быть использована как теоретическая основа, позволяющая производить многовариантные численные эксперименты с целью получения результатов при дефиците времени проведения исследований и экспериментальной базы.

Основным условием оптимизации, в современных экономических условиях, является определение оптимального показателя окупаемости капитальных затрат на модернизацию или устройство подводящей сети, приобретение поливной техники и организацию полива.

Если модель одноэтапной стохастической задачи в соответствии с (1) записать в виде

$$\Phi^* = \Phi(S^*) = \max_S M_\xi[\Phi(S,\xi)] \ , \qquad (5)$$

то можно представить её в виде суммы интегралов, взяв отрезки интегрирования и значения подинтегральных выражений.

$$\Phi^* = \max_S \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(S,x)\cdot f(x)dx = \max_S \left\{\int_{-\infty}^{0}\left[-\frac{\varepsilon\cdot f_0}{S}\right]f(x)dx + \int_0^{N(S)}\left[\Phi_{max}(x) - \frac{\varepsilon\cdot f_0}{S}\right]\cdot f(x)\,dx + \int_{N(S)}^{\infty}\left[\Phi_{max}(x) - \Psi\big(x-N(S)\big) - \frac{\varepsilon\cdot f_0}{S}\right]\cdot f(x)\,dx\right\} = \max_S\left\{-\int_{-\infty}^{+\infty} - \frac{\varepsilon\cdot f_0}{S}\cdot f(x)dx + \int_0^{+\infty}\Phi_{max}(x)\cdot f(x)\,dx - \int_{N(S)}^{+\infty}\Psi\big(x-N(S)\big)\cdot f(x)\,dx\right\} = \max_S\left\{-\frac{\varepsilon\cdot f_0}{S} + \bar\Phi_{max} - \int_{N(S)}^{+\infty}\Psi\big(x-N(S)\big)\cdot f(x)\,dx\right\} \qquad (6)$$

где f(x) – плотность распределения годового дефицита водопотребления;

$\Psi\big(x-N(S)\big)$ – функция ущерба от недополива;

$\bar\Phi_{max}$ – математическое ожидание дополнительно чистого дохода при полном удовлетворении потребности в воде.

Значение $\Psi(y)$, прямо пропорционально величине рассогласования – *y* с коэффициентом пропорциональности – *c*, равным удельному на 1 т.руб. ущербу от недополива. Тогда, формулу (6) можно переписать как:

$$\Phi^* = \max_S\left\{-\frac{\varepsilon\cdot f_0}{S} + \bar\Phi_{max} - c\int_{N(S)}^{+\infty}[x-N(S)]\cdot f(x)\,dx\right\} = \max_S\{\bar\Phi_{max} - \tilde\Phi(S)\} \qquad (7)$$

В данной формуле, дополнительно чистый доход с учетом приведенных капитальных затрат Ф*, представлен в виде разностей его приходной – $\bar\Phi_{max}$ и расходной $\tilde\Phi(S)$ составных частей. В выражение для $\tilde\Phi(S)$ входят приведенные капитальные затраты и ожидание ущерба от недополива. Формулу (7) можно переписать следующим образом:

$$\Phi^* = \overline{\Phi}_{max} - \min_S \widetilde{\Phi}(S) \quad (8)$$

Найдем $\min_S \widetilde{\Phi}(S)$, используя необходимое и достаточное условие существования минимума функции: $[\overline{\Phi}(S)]' = 0$; $[\overline{\Phi}(S)]'' = 0$. При нахождении производной $[\overline{\Phi}(S)]'$ воспользуемся правилом нахождения производной от интеграла по параметру, от которого зависит нижний предел интегрирования:

$$J(y) = \int_{\alpha(y)}^{0} f_y^*(x,y)\,dx - \alpha_y^*(y) \cdot f(\alpha(y), y) \quad (9)$$

Тогда выражение для $[\overline{\Phi}(S)]'$ будет иметь вид:

$$[\widetilde{\Phi}(S)] = \left[-\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S} + c\int_{N(S)}^{+\infty}\big(x - N(S)\big) \cdot f(x)\,dx\right] = -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S} + c \cdot \left\{\int_{N(S)}^{+\infty}\big[\big(x - N(S)\big) \cdot f(x)\big]dx - [N(S)][N(S) - N(S)] \cdot f\big(N(S)\big)\right\} = -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S} + c\left\{\int_{N(S)}^{+\infty}\big[[x - N(S)] \cdot f(x)\big] + \big(x - N(S)\big) \cdot [f(x)]dx\right\} = -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S} + c\left\{\int_{N(S)}^{+\infty}[x - N(S)] \cdot f(x)\,dx\right\} = -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S} + c \cdot [-N(S)]\int_{N(S)}^{+\infty} f(x)\,dx \quad (10)$$

Сезонная производительность поливной техники - $N(S)$, по определению, объем воды, подаваемый ДМ на 1 га сезонной нагрузки $N(S) = \frac{V}{S}$. Заметим, что объем воды V зависит от конструкционных и эксплуатационных параметров, определяющих тип поливной техники и технологическую схему выдачи поливной нормы, что дает возможность идентифицировать модель для любого типа поливной техники.

После преобразований формулу (10) запишем в виде:

$$[\widetilde{\Phi}(S)] = -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S^2} + \frac{c \cdot V}{S^2} \cdot \left[F_\xi(+\infty) - F_\xi\big(N(S)\big)\right] =$$
$$= -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S^2} + \frac{c \cdot V}{S^2} \cdot \left[1 - F_\xi\big(N(S)\big)\right] \quad (11)$$

Приравнивая формулу (11) к нулю, и произведя преобразования, получим:

$$F_\xi\big(N(S^*)\big) = 1 - \frac{\varepsilon \cdot f_0}{c \cdot V} = 1 - q \quad (12)$$

Покажем, что S^*, из формулы (12), доставляет минимум $\widetilde{\Phi}(S)$, т.е.

что $[\tilde{\Phi}(S)]'' > 0$:

$$[\tilde{\Phi}(S^*)] = \left\{-\frac{\varepsilon \cdot f_0}{(S^*)^2} + \frac{c \cdot V}{(S^*)^2}\left[1 - F_\xi\left(N(S^*)\right)\right]\right\} =$$

$$= \frac{2\varepsilon \cdot f_0}{(S^*)^3} - \frac{2c \cdot V}{(S^*)^3} \cdot \left[1 - F_\xi\left(N(S^*)\right)\right] + \frac{c \cdot V}{(S^*)^2} \cdot F\left(N(S^*)\right) \qquad (13)$$

Подставим в формулу (13) вместо $F_\xi\left(N(S^*)\right)$ ее значение в точке экстремума из (12) и получим:

$$[\tilde{\Phi}(S^*)] = \frac{2\varepsilon \cdot f_0}{(S^*)^3} + \frac{2c \cdot V}{(S^*)^3}\left[1 - 1 + \frac{\varepsilon \cdot f_0}{cV}\right] + \frac{c \cdot V}{(S^*)^2} \cdot f\left(N(S^*)\right) = \frac{c \cdot V}{(S^*)^2} \cdot f\left(N(S^*)\right) \qquad (14)$$

Полученное выражение положительно, так как $\frac{c \cdot V}{(S^*)^2} > 0$ и $f\left(N(S^*)\right) > 0$, как плотность распределения, следовательно, S^* минимизирует затратную часть показателя окупаемости.

Далее приводим расчет выражения для функции распределения годового дефицита водопотребления через декадный дефицит

Пусть дана плотность распределения декадного дефицита водопотребления $f_t(y)$, $\xi < y < \xi$. Годовой дефицит водопотребления связан с декадным соотношением:

$$\xi = k \cdot \xi_t. \qquad (15)$$

Где, k – количество поливов. Найдем закон распределения ξ по известному правилу:

$$f(x) = f_t\left(\omega(x)\right) \cdot |\omega(x)| \qquad (16)$$

Здесь: $f(x)$ – плотность распределения вероятностей годового дефицита водопотребления;

$f_t(x)$ – плотность распределения вероятностей декадного дефицита водопотребления;

$\omega(x)$ – обратная функций для ξ из формулы (15);

$|\omega(x)|$ – абсолютная величина производной обратной функции.

Для нашего случая имеем $\omega(x) = \frac{x}{k}$ и произведя действия в соответствии с формулой (16) получим:

$$f(x) = f_t\left(\frac{x}{k}\right) \cdot \frac{1}{k}, \quad k \cdot \xi_t < x < k \cdot \xi_t. \qquad (17)$$

Для случая равномерного распределения декадного дефицита водопотребления получим следующее выражение для плотности годового дефицита из формулы (17):

$$f(x) = \frac{1}{\xi_t - \xi_t} \cdot \frac{1}{k}, \quad k \cdot \xi_t < x < k \cdot \xi_t. \qquad (18)$$

Отсюда получаем выражение для функции годового распределения дефицита водопотребления:

$$F_\xi(x) = \int_{k \cdot \xi}^{x} \frac{1}{\xi_t - \xi_t} \cdot \frac{1}{k} \cdot dx = \frac{1}{k(\xi_t - \xi_t)} \cdot (x - k \cdot \xi_t) \qquad (19)$$

Используя предыдущую формулу запишем выражение для $F_\xi(N(S^*))$:

$$F_\xi(x) = \frac{1}{k(\xi_t - \xi_t)} \cdot (N(S^*)k \cdot \xi_t) \qquad (20)$$

Получаем формулы для усредненного ущерба *V* от недополива.

На основании формулы (7) выражение для оптимального показателя окупаемости запишется в виде:

$$\Phi^* = \max_S \left\{ -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S} + \bar{\Phi}_{max} - c \int_{N(S)}^{+\infty} [x - N(S)] \cdot f(x)\, dx \right\} \qquad (21)$$

Подставив в это выражение значение оптимальной сезонной нагрузки S^* получим:

$$\Phi^* = -\frac{\varepsilon \cdot f_0}{S^*} + \bar{\Phi}_{max} - c \int_{N(S)}^{+\infty} [x - N(S^*)] \cdot f(x)\, dx \qquad (22)$$

Здесь, $f(x)$ – согласно формуле (8), плотность годового водопотребления. Она определяется через декадный дефицит водопотребления, распределенный равномерно, следующим образом:

$$f(x) = \frac{1}{\xi_t - \xi_t} \cdot \frac{1}{k}, \quad k \cdot \xi_t < x < k \cdot \xi_t. \qquad (23)$$

где k – количество поливов за сезон.

Подставим это выражение в формулу (22) для *V* и произведем преобразование:

$$V = c\int_{N(S)}^{+\infty}[x - N(S)]\cdot f(x)\,dx = c\int_{N(S)}^{+\infty}[x - N(S)]\cdot\frac{1}{\xi_t - \xi_t}\cdot\frac{1}{k}\cdot dx =$$

$$= \frac{c}{(\xi_t - \xi_t)k}\cdot\frac{[k\cdot\xi_t - N(S^*)]^2}{2} \qquad (24)$$

Тогда, при $\xi_t = -\underline{\xi}_t$, что соответствует зонам существенно неустойчивого увлажнения, формула (22), принимает вид:

$$V = \frac{c\cdot[k\cdot\xi_t - N(S^*)]^2}{4k\cdot\xi_t} \qquad (25)$$

Для сухой зоны, когда нижняя граница изменения дефицита водопотребления практически равна нулю, формула (25) запишется в виде:

$$V = \frac{c\cdot[k\cdot\xi_t - N(S^*)]^2}{2k\cdot\xi_t} \qquad (26)$$

Выражение для среднего ущерба через функцию распределения годового дефицита водопотребления получаются аналогично и имеют вид:

$$V = \frac{c}{(\xi_t - \xi_t)}\cdot\frac{[\xi_t - N(S^*)]^2}{2} \qquad (27)$$

Тогда, при $\xi = -\underline{\xi}$, что соответствует зонам существенно неустойчивого увлажнения, формула (27) будет иметь вид:

$$V = \frac{c\cdot[\xi_t - N(S^*)]^2}{4\cdot\xi_t} \qquad (28)$$

Для сухой зоны, когда нижняя граница изменения дефицита водопотребления практически равна нулю, формула (27) запишется в виде:

$$V = \frac{c\cdot[k\cdot - N(S^*)]^2}{2\cdot\xi_t} \qquad (29)$$

Вывод расчетных формул для сезонной нагрузки проводим в следующей последовательности

Далее получим из формулы (5), аналитические выражения для S^*, используя в качестве закона распределения ξ для влажной и умеренно сухой зон – нормальное распределение, для сухой – распределение Гудрича. Введем обозначение $\frac{\varepsilon\cdot f_0}{c\cdot V} = q$. Пусть ξ подчиняется нормальному распределению с математическим ожиданием *a* и дисперсии σ. Функция распределения вероятности дефицита водопотребления в точке N(S) запишется:

$$F_{\xi}\left(N(S^*)\right) = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{N(S^*) - a}{\sigma}\right), \tag{30}$$

Где, Φ – табулированная функция Лапласа.

Подставив формулу (30) в левую часть формулы (5) получаем:

$$0{,}5 + \Phi\left(\frac{N(S^*) - a}{\sigma}\right) = 1 - q\ . \tag{31}$$

Далее, можно определить $N(S^*)$ через обратную функцию Лапласа Φ^{-1} следующим образом:

$$N(S^*) = \sigma \cdot \Phi^{-1}(0{,}5 - q) + \mathrm{a}. \tag{32}$$

Оптимальная величина сезонной нагрузки определяется из выражения для производительности поливной техники $N(S^*) = \frac{V}{S}$, используя формулу (32).

$$S = V \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \Phi^{-1}(0{,}5 - q) + \mathrm{a}}\ . \tag{33}$$

Пусть теперь ξ подчиняется распределению Гудрича с функцией распределения вероятности годового дефицита водопотребления:

$$F_{\xi}(x) = 1 - \mathrm{e}^{-\alpha(\mathrm{x}-\mathrm{x})}, \tag{34}$$

где α, n – параметры распределения, устанавливаемые в соответствии с выборкой случайной величины дефицита водопотребления. Для сухой зоны нижнюю границу изменения ξ можно принять равной нулю $\underline{x}$ = 0. Тогда формула (34) запишется в виде:

$$F_{\xi}\left(N(S^*)\right) = 1 - \mathrm{e}^{-\alpha[N(S^*)]}. \tag{35}$$

Подставив формулу (35) в левую часть формулы (5) получим:

$$1 - \mathrm{e}^{-\alpha[N(S^*)]} = 1 - q. \tag{36}$$

Прологарифмировав формулу (36) и произведя преобразование получим формулу для оптимальной производительности ДМ:

$$N(S^*) = \sqrt[n]{\frac{\ln q}{-\alpha}} \tag{37}$$

Оптимальная величина сезонной нагрузки определяется из выражения для производительности поливной техники $N(S^*) = \frac{V}{S}$ и формулы (37).

$$S^* = V \cdot \frac{1}{\sqrt[n]{\frac{\ln q}{-\alpha}}} \qquad (38)$$

Заметим, что данное соотношение имеет реальный смысл, если ln q < 0, то есть q < 1. Это требование согласуется с экономическим смыслом показателя $q = \frac{\varepsilon \cdot f_0}{c \cdot V}$, так как в противном случае, приведенные капитальные затраты на приобретение, модернизацию поливной техники и устройство подводящей сети больше величины дополнительного чистого дохода от орошения и задача теряет смысл.

Литература

1. Щедрин В. Н., Писменский В. Р., Селюков В. И. Математическое моделирование при оптимизации использования ресурсов орошаемого земледелия Нижнего Дона // Проблемы и перспективы развития орошаемого земледелия: сб. науч. тр. / ГУ «ЮжНИИГИМ». – Вып. № 30. Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2000. – С. 24.

2. Щедрин В. Н., Колганов А. В., Снипич Ю. Ф. Перспективные направления развития дождевальной техники // Мелиорация и водное хозяйство. – 2003. – № 5. – С. 20.

3. Щедрин В. Н. Орошение сегодня: проблемы и перспективы. – М. – 2004.

4. Ольгаренко Г. В., Городничев В. И. Дождевальная техника нового поколения // Мелиорация и водное хозяйство. – 2006. – № 2. – С. 31.

5. Кардаш В. А. Экономика оптимального погодного риска в АПК. – М. : Агропромиздат, 1989.