

УДК 519.24

UDC 519.24

**МЕТОДИКА ВЫБОРА КОЛИЧЕСТВА
ПОВТОРНОСТЕЙ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ****METHOD OF REPLICATIONS AMOUNT
CHOICE UNDER CARRYING OUT
OF EXPERIMENTAL RESEARCHES**Труфляк Евгений Владимирович
к. т. н., доцентTruflyak Evgeny Vladimirovich
Cand. Tech. Sci., assistant professorТруфляк И.С.
ассистентTruflyak I.S.
lecturerКравченко В.С.
д. т. н., профессорKravchenko V.S.
Dr. Sci. Tech., professorГончарова И.А.
студенткаGoncharova I.A.
student*Кубанский государственный аграрный
университет, Краснодар, Россия**Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

В статье представлена методика определения количества повторностей при сравнении двух выборок в зависимости от средних значений выборок и их стандартных отклонений. Показан пример сравнения выборок по критерию Стьюдента.

Method of replications amount determination under comparison of two samplings dependently on average values of samplings and their standard deviations is presented in this article. Example of samplings comparison by the criteria of Student has been shown.

Ключевые слова: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ
ИССЛЕДОВАНИЯ, КОЛИЧЕСТВО
ПОВТОРНОСТЕЙ, ОШИБКА ОПЫТА.

Key words: EXPERIMENTAL RESEARCHES,
REPLICATIONS AMOUNT, EXPERIMENTAL
ERROR.

Методика исследований – это совокупность подходов, способов и приемов проведения научных исследований [1]. Она отвечает на вопрос: как и каким образом проводить исследование. Методика исследований определяет: оборудование, приборы, количество опытов (повторностей), план работы, затраты времени и средств. Правильная методика – залог успеха исследования.

Задачей научного исследования является установление закономерности развития изучаемого явления. При этом мы ищем связи, лежащие в основе его развития. Для большинства технических исследований закономерности представлены величинами, полученными в результате измерений.

Точность измерений – характеристика качества измерения, отражающая степень близости результатов измерений к истинному

значению измеряемой величины. Чем меньше результат измерения отличается от истинного значения измеряемой величины, то есть чем меньше погрешность, тем выше точность измерений, независимо от того является ли погрешность систематической, случайной или содержит ту или другую составляющую.

В зависимости от задач исследований, зачастую необходимо выбрать число повторностей таким образом, чтобы при этом обеспечивалось наличие статистически достоверной разности между средними двух выборок. Наличие существенной разности между средними значениями может быть различным (разрешающая способность опыта). Чем она меньше, тем больше потребуется повторностей.

При изучении двух выборок необходимо определить среднюю по каждой из них, обеспечивающую по критерию Стьюдента (t -критерию) наличие существенной разности, которая может иметь различные величины в зависимости от принятого уровня значимости:

$$d = \bar{X}_1 - \bar{X}_2, \quad (1)$$

где d – разность между средними значениями; \bar{X}_1 , \bar{X}_2 – средние двух выборок.

В теории статистики доказано, что ошибка разности или суммы средних арифметических независимых выборок при $n_1 = n_2$ определяется соотношением:

$$S_d = \sqrt{S_{\bar{X}_1}^2 + S_{\bar{X}_2}^2}, \quad (2)$$

где S_d – ошибка разности или суммы; $S_{\bar{X}_1}^2$, $S_{\bar{X}_2}^2$ – ошибки сравниваемых средних \bar{X}_1 и \bar{X}_2 .

Гарантией надежности наличия существенной или несущественной разности между \bar{X}_1 и \bar{X}_2 служит отношение разности к ее ошибке. Это отношение получило название критерия существенности разности:

$$t_{\text{факт}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_{X_1}^2 + S_{X_2}^2}}. \quad (3)$$

Если $t_{\text{факт}} > t_{\text{теор}}$ – нулевая гипотеза опровергается, а если $t_{\text{факт}} < t_{\text{теор}}$, то различия находятся в пределах случайных колебаний для принятого уровня значимости и нулевая гипотеза не опровергается. Разность может оказаться такой вследствие недостаточного объема выборки.

Основной (нулевой) гипотезой называют гипотезу об отсутствии реального различия между двумя сравниваемыми рядами: эмпирическим и теоретическим или двумя эмпирическими [2].

Таким образом, для утверждения о наличии существенной разности необходимо, чтобы

$$t_{\text{факт}} > t_{\text{теор}}. \quad (4)$$

Поэтому

$$t_{\text{факт}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{n(n-1)} + \frac{\sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n(n-1)}}}, \quad (5)$$

где X_{1i} , X_{2i} – текущие значения измерений; n – объем выборки.

Здесь ошибки выборочных средних:

$$S_{X_1}^2 = \frac{S_1}{\sqrt{n}} = \frac{S_1^2}{n} = \frac{\sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{n(n-1)} \quad \text{и} \quad S_{X_2}^2 = \frac{S_2}{\sqrt{n}} = \frac{S_2^2}{n} = \frac{\sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n(n-1)},$$

где S_1 , S_2 – стандартные отклонения в выборках.

Так же можно записать:

$$t_{\text{факт}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{n}}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)\sqrt{n}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}. \quad (6)$$

Тогда с учетом выражения (4), имеем

$$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)\sqrt{n}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \geq t_{\text{теор}}. \tag{7}$$

Откуда выразим формулу для определения количества повторностей:

$$n \geq \frac{t_{\text{теор}}^2 (S_1^2 + S_2^2)}{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2}. \tag{8}$$

Площадь под кривой нормального распределения, ограниченную от среднего на t стандартных отклонений и выраженную в процентах от всей площади, называют статистической надежностью, или уровнем вероятности [1]. Величина, дополняющая уровень вероятности до единицы, называется уровнем значимости. Он указывает на вероятность отклонения случайной величины от установленных пределов варьирования. Вероятность 0,95 (или 95 %) и уровень значимости 0,05 (или 5 %) обычно считается вполне приемлемым в большинстве исследований.

Так как $t_{\text{теор}}^2$ входит в числитель выражения (8), то наименьшее число повторностей будет в случае наименьшего его значения. Поэтому примем значение $t_{\text{теор}} = 1,98$ (наименьшее) [1, с. 115, табл. 1], что имеет место при $n = 100$.

Рассмотрим определение количества повторностей на примере. Пусть было проведено два опыта с трехкратными повторностями (таблица 1).

Таблица 1 – Результаты опыта

| Номер опыта | Повторности | | | Среднее значение \bar{x} | Стандартное отклонение s |
|-------------|-------------|----|-----|----------------------------|----------------------------|
| | I | II | III | | |
| 1 | 31 | 33 | 30 | 31,3 | 1,53 |
| 2 | 26 | 28 | 31 | 28,3 | 2,52 |

Определим фактическое значение критерия Стьюдента:

$$t_{\text{факт}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)\sqrt{n}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} = \frac{(31,3 - 28,3)\sqrt{3}}{\sqrt{1,53^2 + 2,52^2}} = 0,6.$$

При этом количество степеней свободы:

$$n = n_1 + n_2 - 2 = 3 + 3 - 2 = 4.$$

Принимаем теоретическое значение $t_{05} = 2,78$ [1], $t_{\text{факт}} = 0,6 < t_{05} = 2,78$.

Таким образом, существенность разности не доказывается в связи с недостаточным количеством повторностей. Определим минимальный объем выборки по выражению 8:

$$n = \frac{1,98^2(1,53^2 + 2,52^2)}{(31,3 - 28,3)^2} = 3,79. \quad (9)$$

Примем, что объем выборки должен быть равен четырем. Таким образом, необходимо провести дополнительно еще одну повторность опытов (таблица 2).

Таблица 2 – Результаты опыта

| Номер опыта | Повторности | | | | Среднее значение \bar{X} | Стандартное отклонение S |
|-------------|-------------|----|-----|----|----------------------------|----------------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| 1 | 31 | 33 | 30 | 32 | 31,5 | 1,29 |
| 2 | 26 | 28 | 31 | 27 | 28 | 2,16 |

Определим $t_{\text{факт}}$ для $n = 4$:

$$t_{\text{факт}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)\sqrt{n}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} = \frac{(31,5 - 28)\sqrt{4}}{\sqrt{1,29^2 + 2,16^2}} = 2,79.$$

Количество степеней свободы:

$$n = n_1 + n_2 - 2 = 4 + 4 - 2 = 6.$$

Принимаем $t_{05} = 2,45$ [1], $t_{\text{факт}} = 2,79 > t_{05} = 2,45$.

Разность существенна, что доказывает правильность выбора количества повторностей.

Список литературы

1. Кравченко, В.С. Основы научных исследований: Учебное пособие / В.С. Кравченко, Е.И. Трубилин, В.С. Курасов, В.В. Куцеев, Е.В. Труфляк. – Краснодар: КГАУ, 2005. – 136 с.
2. Кравченко, В.С. Основы научных исследований: Сборник заданий / В.С. Кравченко, Е.И. Трубилин, В.С. Курасов, В.В. Куцеев, Е.В. Труфляк. – Краснодар: КГАУ, 2005. – 105 с.