УДК 528.48

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ КООРДИНАТ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПУНКТОВ ЛИНЕЙНЫМИ ЗАСЕЧКАМИ

Соколов Юрий Григорьевич
к.т.н., профессор

Пшидаток Саида Казбековна
ассистент

Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

В данной работе рассматривается вопрос определения координат геодезических пунктов для сгущения плановых сетей, привязочных и других работ, путем выполнения только линейных измерений. Предложен способ определения координат двух пунктов с помощью линейных засечек. Приведены математическая обработка полученных результатов и числовой пример ее реализации.

Ключевые слова: ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТЫ, ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПУНКТЫ, ЛИНЕЙНЫЕ ЗАСЕЧКИ.

UDC 528.48

ABOUT DETERMINATION OF COORDINATES OF GEODETIC AREAS BY LINEAR SERIFS

Sokolov Yury Grigorievich
Cand. Tech.Sci., professor

Pshidatok Saida Kasbekovna
lecturer

Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

Problem of geodetic area coordinate determination for concentration of planned nets, binding and other works, by means of execution only linear serifs is considered in the given work. Way of determination of coordinates of two areas with the help of linear serifs was offered. Mathematical processing of received results and numeric example of its realization were casted.

Key words: DETERMINATION OF COORDINATES, GEODETIC AREAS, LINEAR SERIFS.

Для определения координат точек, которые могут быть использованы в дальнейшем как пункты съемочного обоснования или как пункты, координаты которых необходимы для решения каких-либо других задач, существует много различных способов, часть из них может быть использована и в случае привязки ходов к пунктам геодезической основы. Практически все эти способы основываются на угловых измерениях. В настоящее время в связи с широким внедрением в производство светодальномерной техники появилась возможность оперативно и качественно, взамен угловых, производить линейные измерения, на которые, как известно, внешние условия, центрировка и редукция оказывают значительно меньшее влияние, чем на угловые.

В работе предлагается способ определения координат двух пунктов двумя линейными засечками.

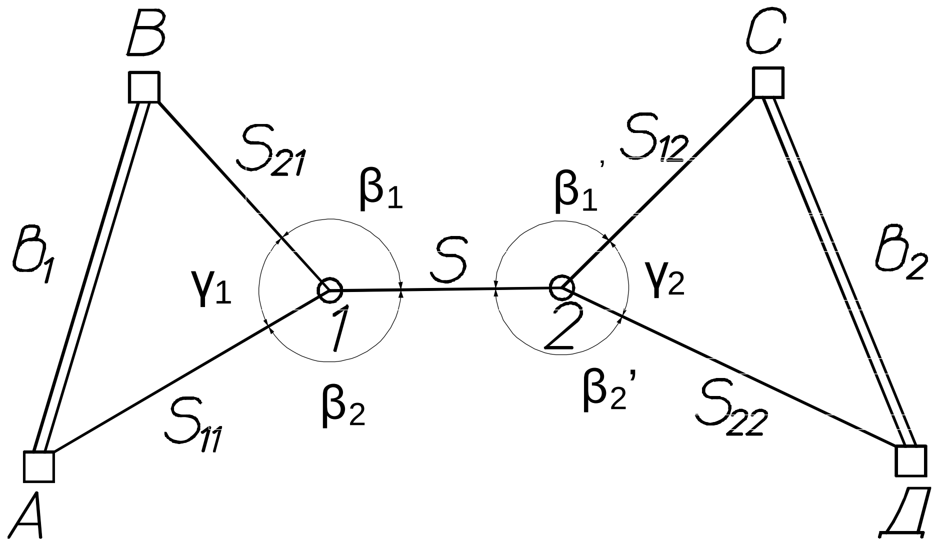

Рисунок 1. К определению координат линейными засечками

На рисунке 1 изображены точки: А, В, С, Д с известными координатами. От этих точек выполнены равноточные линейные измерения сторон S_{11}, S_{21}, S_{12}, S_{22}. Кроме того, измерена еще сторона S между искомыми точками 1 и 2.

Решение поставленной задачи заключается в следующем:

Для линии S можно записать:

$$S - \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} = f_S, \qquad (1)$$

где: X_1, X_2, $У_1$ и $У_2$ – вычисленные значения координат линейными засечками по формулам:

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= X_B + q_1 \times (X_A - X_B) + h \times (Y_A - Y_B) \\ Y_1 &= Y_B + q_1 \times (Y_A - Y_B) - h \times (X_A - X_B) \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

$$\left.\begin{array}{l} X_2 = X_Д + q_2 \times (X_C - X_Д) + h \times (Y_C - Y_Д) \\ Y_2 = Y_Д + q_2 \times (Y_C - Y_Д) - h \times (X_C - X_Д) \end{array}\right\}, \quad (3)$$

где: $$q_1 = \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{S_{21}}{в_1}\right)^2 - \left(\frac{S_{11}}{в_1}\right)^2\right]; \quad (4)$$

$$q_2 = \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{S_{22}}{в_2}\right)^2 - \left(\frac{S_{12}}{в_2}\right)^2\right];$$

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{S_{21}}{в_1}\right)^2 - q_1^2};$$

$$h_2 = \sqrt{\left(\frac{S_{22}}{в_2}\right)^2 - q_2^2};$$

f_s – линейная невязка.

Дифференцируя (1) по всем измеренным сторонам, получим:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial f_S}{\partial S} = 1; \frac{\partial f_S}{\partial S_{11}} = Cosa_S \frac{\partial X_1}{\partial S_{11}} + Sina_S \frac{\partial Y_1}{\partial S_{11}} \\ \frac{\partial f_S}{\partial S_{21}} = Cosa_S \frac{\partial X_1}{\partial S_{21}} + Sina_S \frac{\partial Y_1}{\partial S_{21}} \\ \frac{\partial f_S}{\partial S_{12}} = -Cosa_S \frac{\partial X_2}{\partial S_{12}} - Sina_S \frac{\partial Y_2}{\partial S_{12}} \\ \frac{\partial f_S}{\partial S_{22}} = -Cosa_S \frac{\partial X_2}{\partial S_{22}} - Sina_S \frac{\partial Y_2}{\partial S_{22}} \end{array}\right\}, \quad (5)$$

где: α_s – дирекционный угол стороны S.

Для нахождения частных производных в выражениях (5) продифференцируем формулы (2) и (3) по измеренным сторонам и после преобразований, согласно [1; 2; 3], получим:

$$\left.\begin{array}{ll}
\dfrac{\partial X_1}{\partial S_{11}} = \dfrac{Sina_{21}}{Sing_1}; & \dfrac{\partial Y_1}{\partial S_{11}} = -\dfrac{Cosa_{21}}{Sing_1}; \\
\dfrac{\partial X_1}{\partial S_{21}} = -\dfrac{Sina_{11}}{Sing_1}; & \dfrac{\partial Y_1}{\partial S_{21}} = \dfrac{Cosa_{11}}{Sing_1}; \\
\dfrac{\partial X_2}{\partial S_{12}} = \dfrac{Sina_{22}}{Sing_2}; & \dfrac{\partial Y_2}{\partial S_{12}} = -\dfrac{Cosa_{22}}{Sing_2}; \\
\dfrac{\partial X_2}{\partial S_{22}} = -\dfrac{Sina_{12}}{Sing_2}; & \dfrac{\partial Y_2}{\partial S_{22}} = \dfrac{Cosa_{12}}{Sing_2};
\end{array}\right\}, \qquad (6)$$

где: γ_1 и γ_2 – углы засечек;

α – дирекционные углы сторон.

Подставляя (6) в (5), получим условное уравнение для избыточно измеренной стороны S:

$$V_{11}\frac{Sin(a_{21}-a_S)}{Sing_1}+V_{21}\frac{Sin(a_S-a_{11})}{Sing_1}+V_{12}\frac{Sin(a_S-a_{22})}{Sing_2}+V_{22}\frac{Sin(a_{12}-a_S)}{Sing_2}+V_S+f_S=0, \qquad (7)$$

Или, учитывая, что α_{21}-α_S=β_1, α_S-α_{11}=β_2, α_S-α_{22}=β_2, α_{12}-α_S=β_1, получим:

$$V_{11}\frac{Sinb_1}{Sing_1}+V_{21}\frac{Sinb_2}{Sing_1}+V_{12}\frac{Sinb'_2}{Sing_2}+V_{22}\frac{Sinb'_1}{Sing_2}+V_S+f_S=0, \qquad (8)$$

В уравнении (8) обозначим коэффициенты при неизвестных поправках через a_1, a_2, a_3, и a_4. Тогда запишем:

$$a_1V_{11}+a_2V_{21}+a_3V_{12}+a_4V_{22}+V_S+f_S=0, \qquad (9)$$

Для точки, например 1, весовые функции будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} f_X &= \frac{Sin a_{21}}{Sin g_1} V_{11} - \frac{Sin a_{11}}{Sin g_1} V_{21} \\ f_Y &= -\frac{Cos a_{21}}{Sin g_1} V_{11} + \frac{Cos a_{11}}{Sin g_1} V_{21} \end{aligned}\right\}, \tag{10}$$

Присоединяя к условному уравнению (9) выражения для весовых функции и решая совместно по способу наименьших квадратов, получим искомые поправки к длинам измеренных сторон:

$$\left.\begin{aligned} &V_{11} = -\frac{f_S}{[aa]} \times a_1; \quad V_{21} = -\frac{f_S}{[aa]} \times a_2; \quad V_{12} = -\frac{f_S}{[aa]} \times a_3; \\ &V_{22} = -\frac{f_S}{[aa]} \times a_4; \quad V_S = -\frac{f_S}{[aa]}; \end{aligned}\right\}, \tag{11}$$

По известной формуле [4] найдем обратные веса искомых функции:

$$\left.\frac{1}{P_X} = [f_X f_X] - \frac{[a \times f_X]^2}{[a \times a]}; \quad \frac{1}{P_Y} = [f_Y f_Y] - \frac{[a \times f_Y]^2}{[a \times a]};\right\}, \tag{12}$$

Тогда средняя квадратическая ошибка М положения искомой точки 1 будет:

$$M = m\sqrt{\frac{1}{P_X} + \frac{1}{P_Y}}\,, \tag{13}$$

Здесь $m = m_S = \sqrt{\frac{[V^2]}{r}}$,

V – вычисленные поправки;

r – число условных уравнений. (В рассматриваемом случае r =1).

Рассмотрим следующий пример (рис. 2).

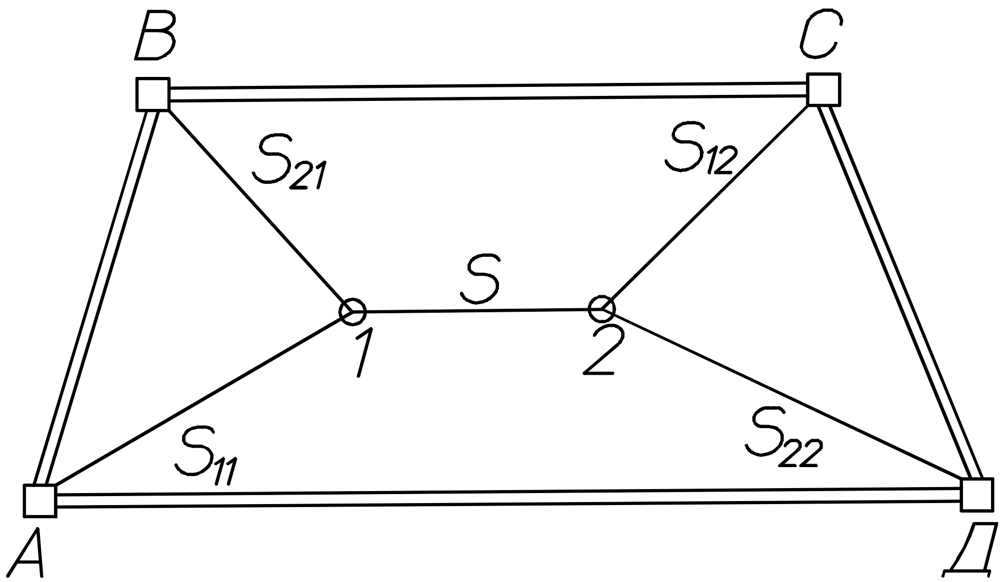

Рисунок 2. Схема расположения опорных и определяемых пунктов

Опорные пункты имеют следующие координаты:

$X_А$=0.000 м.; $X_В$=1000.000 м.; $X_С$=1000.000 м.; $X_Д$=0.000 м.;
$Y_А$=0.000 м.; $Y_В$=1000.000 м.; $Y_С$=2000.000 м.; $Y_Д$=2000.000 м.;

Измеренные длины линий составили:

S_{21} = 866.000 м.; S_{11} = 500,010 м.; S_{12} = 499.987 м.; S_{22} = 866.050 м.;
S = 1239,340 м.;

Решение:

По формулам (2) и (3) определяют координаты искомых точек 1 и 2.

$q_1 = 0.5 \times[1+0.749956-0.25011] = 0.749973$

$h_1 = \sqrt{}0.749956-0.562495 = 0.4330087$

$X_1 = 1000.00 – 749.973 = 250.027$

$Y_1 = 0.000+433.0087 = 433.009$

$q_2 = 0.5 \times[1+0.7500426-0.249987] = 0.7500278$

$h_2 = \sqrt{0.7500426-0.5625417} = 0.4330137$

$X_2 = 0+750.028 = 750.028$

$Y_2 = 2000.000 – 433.014 = 1566.986$

По полученным координатам точек 1 и 2 вычисляют линейную невязку по формуле (1)

$f_S = 1239.340 - \sqrt{250000.800 + 1285905} – 1 = +0.023$ м.

Далее по координатам вычисляют дирекционные углы сторон:

$\alpha_S = 66.206°$; $\alpha_{11} = 59.997°$; $\alpha_{21} = 149.999°$; $\alpha_{22} = 330.001°$; $\alpha_{12} = 240.003°$.

Используя (7) составляют условное уравнение для избыточного измеренной стороны S:

$$V_{11} \times 0.994 + V_{21} \times 0.108 + V_{12} \times 0.994\ V_{22} \times 0.108 + V_S + 0.023 = 0$$

и составляют по формулам (10) весовые функции:

$f_X = 0.500 \times V_{11} – 0.866 \times V_{21}$

$f_Y = 0.866 \times V_{11} – 0.500 \times V_{21}$

Присоединяя к полученному условному уравнению выражения для весовых функции и решая их совместно по способу наименьших квадратов по формулам (11) получаем поправки к длинам измеренных сторон.

[aa] = 0.9883 + 0.0117 + 0.9883 + 0.0117 + 1 = 3

V_{11} = -0.0076; V_{21} = -0.0008; V_{12} = -0.0076; V_{22} = -0.0008; V_S = 0.0077;

По формулам (12) находят обратные веса, m и M:

$1/P_X$ = 1 - 0,05 = 0,95; $1/P_Y$ = 1 – 0,25 = 0,75;

m = ± 13,2 мм. ; M = ± 17 мм.

Наконец, дифференциальные поправки в вычисленные координаты точек можно найти, согласно [5], по формулам:

$$\left.\begin{array}{l} dX_1 = \dfrac{V_{21} \times Sin a_{11} - V_{11} \times Sin a_{21}}{Sin(a_{11} - a_{21})} \\ dY_1 = \dfrac{V_{21} \times Cos a_{11} - V_{11} \times Cos a_{21}}{Sin(a_{11} - a_{21})} \\ dX_2 = \dfrac{V_{12} \times Sin a_{22} - V_{22} \times Sin a_{12}}{Sin(a_{22} - a_{12})} \\ dY_2 = \dfrac{V_{12} \times Cos a_{22} - V_{22} \times Cos a_{12}}{Sin(a_{12} - a_{22})} \end{array}\right\}, \qquad (14)$$

Подставляя в формулу (14) найденные значения, получим:

δX_1 = +6,2 мм. ; δY_1 = -4.3 мм. ; δX_2 = -3.1 мм. ; δY_2 = -7 мм. ;

Таким образом, предлагаемый способ может быть с успехом использован на практике для решения рассматриваемых задач. Заметим при этом, что взаимной видимости между исходными пунктами: А, В, С и Д не требуется.

Литература

1. Соколов Ю. Г. Способ создания геодезических сетей. Патент РФ №2178869, 2002 г.

2. Соколов Ю. Г., Тимошенко Н. А. К вопросу уравнивания заполняющих геодезических сетей из четырехугольников с измеренными сторонами. Сборник «Геодезия и фотограмметрия», г. Ростов-на-Дону, 2001 г.

3. Соколов Ю. Г., Тимошенко Н. А., Данильченко П. М., К вопросу составления условных уравнений в геодезических сетях из треугольников с измеренными сторонами. Научный журнал КубГАУ № 28(4), г. Краснодар, 2007 год.

4. Большаков В. Д., Левчук Г. П. «Справочник геодезиста, кн.2, Издание 3 переработанное и дополненное. М «Недра»,1985 год.

5. Соколов Ю. Г., Биматов И. Б. Упрощенный способ определения поправок в координаты при уравновешивании линейной триангуляции. Материалы научно-технической конференции, ТИСИ, г. Томск, 1972 год.